Министерство общего и профессионального образования Свердловской области
ГБОУ СПО СО «Туринский многопрофильный техникум»

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
к самостоятельной (внеаудиторной) работы обучающихся
ПО ОДП 10 МАТЕМАТИКА

СПО 19.01.17 ПОВАР, КОНДИТЕР

Преподаватель
Новгородова В.Г.

Введение

Самостоятельная работа над учебным материалом состоит из следующих элементов:

1. Изучение материала по учебнику.
2. Выполнение еженедельных домашних заданий.
3. Выполнение внеаудиторной самостоятельной работы (ВСР).

В сборнике Вам предлагается перечень внеаудиторных самостоятельных работ, которые вы должны выполнить в течение учебного года.

При выполнении (ВСР) учащийся может обращаться к преподавателю для получения консультации.

Внеаудиторная самостоятельная работа учащихся – планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская, проектная работа, выполняемая за рамками расписания учебных занятий по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия и является обязательной для каждого студента.

Целью самостоятельной работы учащихся является:

- обеспечение профессиональной подготовки выпускника в соответствии с ФГОС СПО/НПО;
- формирование и развитие общих компетенций, определённых в ФГОС СПО и ФГОС НПО;
- формирование и развитие профессиональных компетенций, соответствующих основным видам профессиональной деятельности.

Задачами, реализуемые в ходе проведения внеаудиторной самостоятельной работы учащихся, в образовательной среде колледжа являются:

- систематизация, закрепление, углубление и расширение полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- развитие познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления: способности к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- овладение практическими навыками применения информационно-коммуникационных технологий в профессиональной деятельности;
- развитие исследовательских умений.

Объем времени, отведенный на внеаудиторную самостоятельную работу, находит свое отражение:

- в рабочем учебном плане – в целом по циклам основной профессиональной образовательной программы, отдельно по каждому из учебных циклов, по каждой дисциплине, междисциплинарному курсу и профессиональному модулю;
- в рабочих программах учебных дисциплин и профессиональных модулей с ориентировочным распределением по разделам и темам.

Контроль результатов самостоятельной работы учащихся может осуществляться в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия и самостоятельную работу по дисциплине математика и может проходить в письменной, устной или смешанной форме с предоставлением изделия или продукта творческой деятельности.

Критериями оценки результатов внеаудиторной самостоятельной работы учащегося являются:

- уровень освоения учебного материала;
- умение использовать теоретические знания и умения при выполнении практических задач;
- уровень сформированности общих и профессиональных компетенций.

Выполнение ВСР способствует формированию общих компетенций:

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.
ОК 2. Организовывать собственную деятельность, исходя из цели и способов ее достижения, определенных руководителем.

ОК 3. Анализировать рабочую ситуацию, осуществлять текущий и итоговый контроль, оценку и коррекцию собственной деятельности, нести ответственность за результаты своей работы.
ОК 4. Осуществлять поиск информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач.
ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.
ОК 6. Работать в команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, клиентами.

Указания к выполнению ВСР

1. ВСР нужно выполнять в отдельной тетради в клетку, чернилами черного или синего цвета. Необходимо оставлять поля шириной 5 клеточек для замечаний преподавателя.
2. Решения задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые чертежи.
3. Оформление решения задачи следует завершать словом «Ответ».
4. После получения проверенной преподавателем работы студент должен в этой же тетради исправить все отмеченные ошибки и недочеты. Вносить исправления в сам текст работы после ее проверки запрещается.
5. Оценивание индивидуальных образовательных достижений по результатам выполнения ВСР производится в соответствии с универсальной шкалой (таблица).

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Учебники:

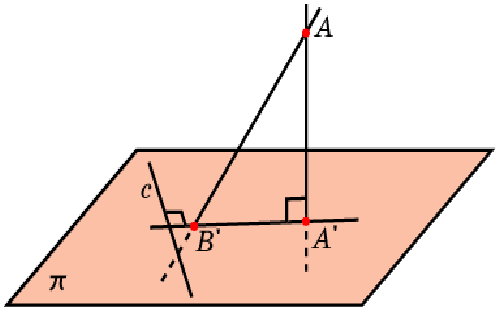
1. Геометрия, 10-11: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профильный уровни / (Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др.)-16-е изд.-М.: Просвещение, 2007г.-256 с.:ил.
2. Алгебра и начала анализа: учеб. для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / (Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин и др.)- 15-е изд. М.: Просвещение, 2007 г. 384с.

ГЕОМЕТРИЯ

Самостоятельная работа № 1 на тему: Теорема о трех перпендикулярах

Цель: уметь применять теорему о трех перпендикулярах при решении задач**.**

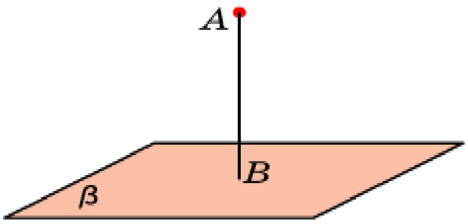
Теоретический материал



Теорема: Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ее проекции на эту плоскость, перпендикулярна и к самой наклонной.

Теорема (обратная): Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ней, перпендикулярна и к ее проекции.

Определение: Расстоянием от точки до плоскости в пространстве называется длина перпендикуляра, опущенного из данной точки на данную плоскость



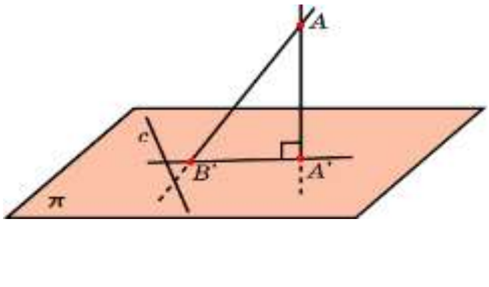
Вопросы для закрепления.

1. Как найти расстояние от точки до плоскости?
2. Может ли наклонная быть короче перпендикуляра, проведённого из той же точки к той же плоскости?
3. Если наклонные, проведённые из одной точки к плоскости, равны, то, что можно сказать об их проекциях?
4. Как формулируется обратное утверждение? Справедливо ли оно?
5. Сформулируйте теорему о трёх перпендикулярах
6. Как формулируется теорема, обратная теореме о трёх перпендикулярах?
7. Если точка равноудалена от всех вершин многоугольника, то во что она проектируется?
8. Если точка равноудалена от всех сторон многоугольника, то во что она проектируется?
9. Что называется углом между прямой и плоскостью?

Решить самостоятельно.

Вариант 1

1. Докажите, что если прямая, лежащая в плоскости, перпендикулярна наклонной к этой плоскости, то она перпендикулярна и ортогональной проекции этой наклонной.



2. Из точки к плоскости проведены две наклонные, одна из которых на 6 см длиннее второй. Проекция наклонных равны 17 см и 7 см. Найдите наклонные.

3. Из вершины равностороннего треугольника ABC восстановлен перпендикуляр AD к плоскости треугольника. Чему равно расстояние от точки D до прямой BC, если AD=1дм, BC=8 дм?

4. Диагонали квадрата ABCD пересекаются в точке O. SO – перпендикуляр к плоскости квадрата. SO= $4\sqrt{2}$ см.

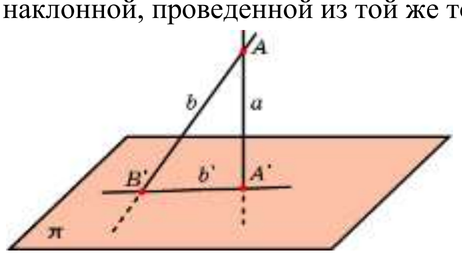
1) Докажите равенство углов, образованных прямыми SA, SB, SD с плоскостью квадрата.
2) Найдите эти углы, если периметр ABCD равен 32 см.

5. Отрезок SA длиной 15 см – перпендикуляр к плоскости прямоугольника ABCD, в котором AC=10 см, AB=6 см.

   Докажите, что проекции треугольников SBC и SDC имеют равные площади.

Вариант 2

1. Докажите, что перпендикуляр, опущенный из точки на плоскость, короче всякой наклонной, проведенной из той же точки к той же плоскости.



2. Из точки к плоскости проведены две наклонные, равные 17 см и 15 см. Проекция одной из них на 4 см больше проекции другой. Найдите проекции наклонных.

3. Из вершины квадрата ABCD восстановлен перпендикуляр AE к плоскости квадрата. Чему равно расстояние от точки E до прямой BD, если AE=2дм, AB=8 дм?

4. Диагонали квадрата ABCD пересекаются в точке O. SO – перпендикуляр к плоскости квадрата. SO= 4см. Точки K, L, M, N – середины сторон квадрата.

1) Докажите равенство углов, образованных прямыми SK, SL, SM, SN с плоскостью квадрата.
2) Найдите эти углы, если площадь ABCD равен 64 см^2.

5. Отрезок SA длиной 6 см – перпендикуляр к плоскости квадрата ABCD, в котором AC=$8\sqrt{2}$ см.

   Докажите, что проекции треугольников SBC и SDC на плоскости квадрата равны.

Самостоятельная работа №2 на тему: Угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями

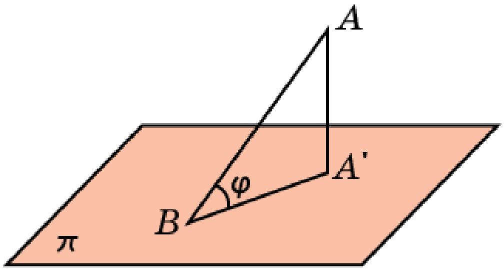
Цель: Уметь находить угол между прямой и плоскостью и угол между плоскостями.

Теоретические сведения

Угол между прямой и плоскостью.

Углом между наклонной и плоскостью называется угол между этой наклонной и ее ортогональной проекцией на данную плоскость.

Считают также, что прямая, перпендикулярная плоскости, образует с этой плоскостью прямой угол.



Определим понятие угла между плоскостями.

Определение: Угол между параллельными плоскостями считается равным нулю.

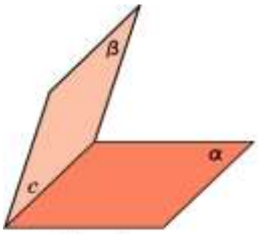


Рис. 1

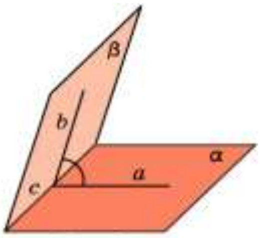


Рис. 2

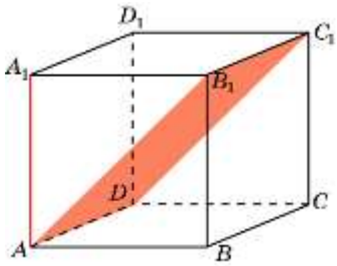
Пусть данные плоскости пересекаются. Проведем плоскость, перпендикулярную прямой их пересечения. Она пересекает данные плоскости по двум прямым. Угол между этими прямыми называется углом между данными плоскостями .

Заметим, что при пересечении двух плоскостей вообще-то образуются четыре угла. В качестве угла между плоскостями мы берем острый угол.

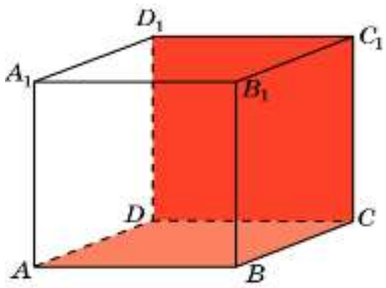
Решить самостоятельно. Ответы обосновать.

Вариант 1

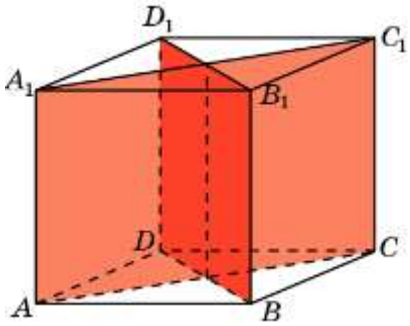
1. Из вершины *A* квадрата *ABCD* перпендикулярно его плоскости проведен отрезок *AK*, равный 3. Из точки *K* опущены перпендикуляры на стороны *BC* и *CD*. Перпендикуляр из точки *K* к стороне *BC* равен 6. Найдите углы, которые образуют эти перпендикуляры с плоскостью квадрата.
2. В кубе $A \ldots D_1$ найдите угол между прямой AA_1 и плоскостью AB_1C_1.



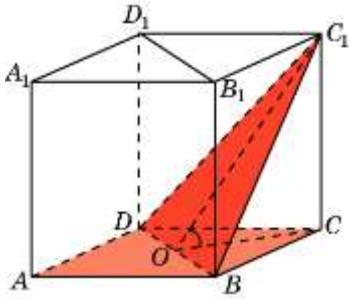
3. В кубе $A \ldots D_1$ найдите угол между плоскостями ABC и CDD_1.



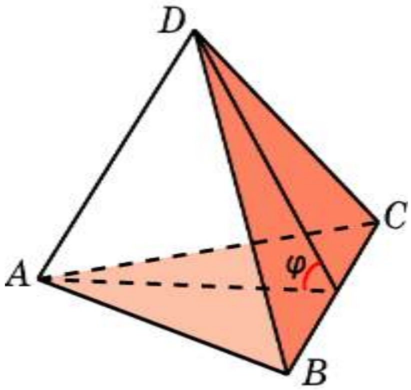
4. В кубе $A…D_1$ найдите угол между плоскостями ACC_1 и BDD_1.



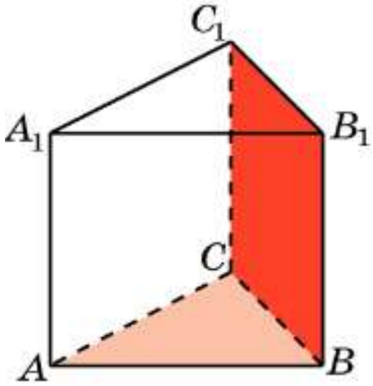
5. В кубе $A…D_1$ найдите угол между плоскостями ABC и BC_1D.



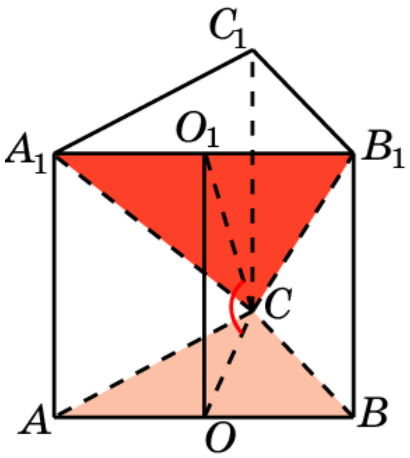
6. В тетраэдре $ABCD$, ребра которого равны 1, найдите угол между плоскостями ABC и BCD.



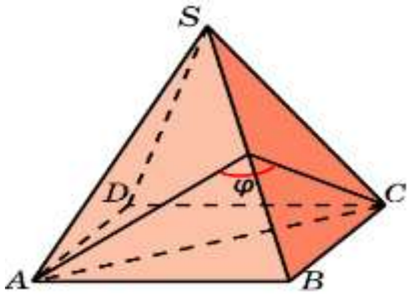
7. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите угол между плоскостями ABC и BB_1C_1.



8. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите угол между плоскостями ABC и A_1B_1C.

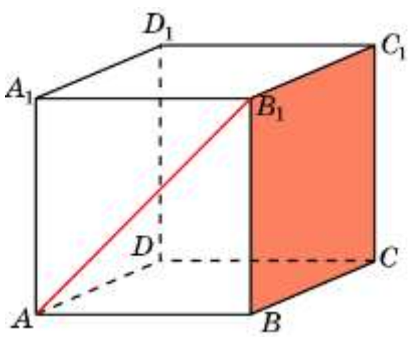


9. В правильной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны 1, найдите двугранный угол, образованный гранями SAB и SBC.

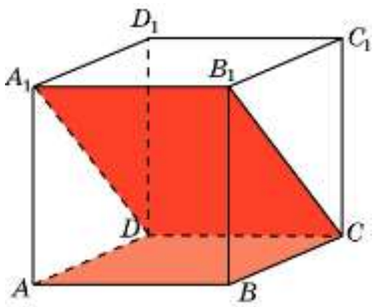


Вариант 2

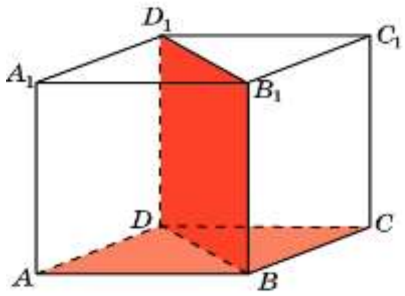
1. Из вершины A квадрата $ABCD$ перпендикулярно его плоскости проведен отрезок AK, равный 6. Из точки K опущены перпендикуляры на стороны BC и CD. Перпендикуляр из точки K к стороне BC равен 18. Найдите углы, которые образуют эти перпендикуляры с плоскостью квадрата.
2. В кубе $A…D_1$ найдите угол между прямой AB_1 и плоскостью BCC_1.



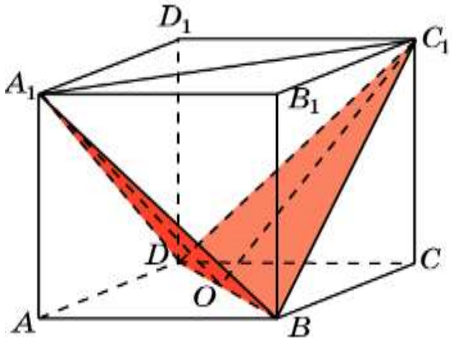
3. В кубе $A…D_1$ найдите угол между плоскостями ABC и CDA_1.



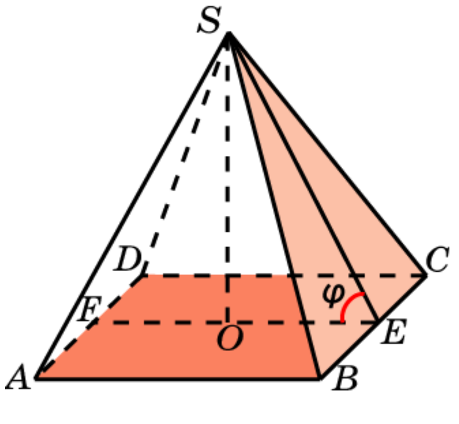
4. В кубе $A \ldots D_1$ найдите угол между плоскостями ABC и BDD_1.



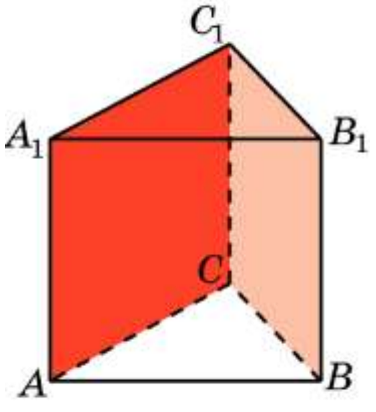
5. В кубе $A \ldots D_1$ найдите угол между плоскостями BC_1D и BA_1D.



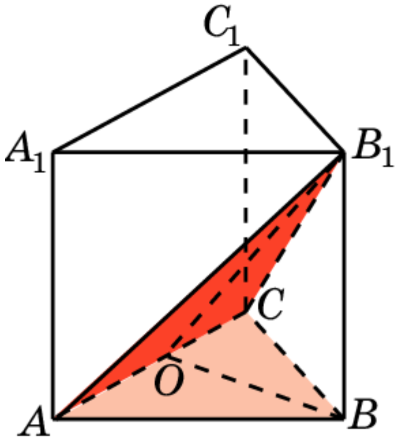
6. В правильной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны 1, найдите угол между плоскостями SBC и ABC.



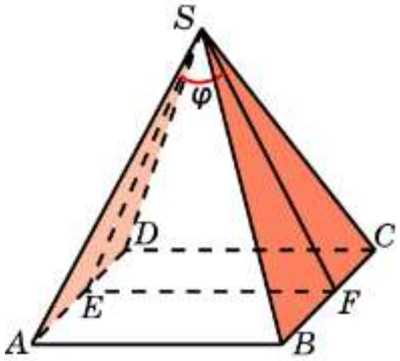
7. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите угол между плоскостями ACC_1 и BCC_1.



8. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите угол между плоскостями ABC и ACB_1.



9. В правильной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны 1, найдите угол между плоскостями SAD и SBC.



Самостоятельная работа №3 . Составление кроссвордов на тему: Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве

Цель: развитие интереса к предмету, интуиции, логического мышления.

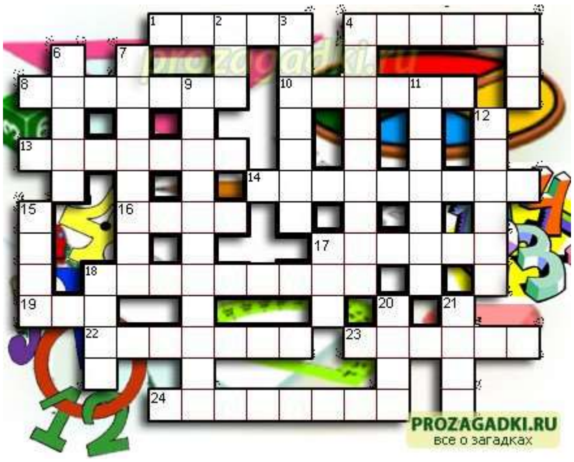
Кроссворд — игра, состоящая в разгадывании слов по определениям.

Правила составления кроссвордов

1. В общем случае определение должно состоять из одного предложения.
2. Определения должны быть по во возможности краткими. Следует избегать перечислений, не злоупотреблять причастными и деепричастными оборотами, не перегружать текст прилагательными. Определение кроссворда - своего рода компромисс между краткостью и содержательностью.
3. Запрещается использование в одной сетке двух и более одинаковых слов, даже с различными определениями.
4. В вопросах следует избегать энциклопедических определений. В целом работа должна быть авторской, а не перепечаткой статей из словаря.
5. Нежелательно начинать формулировку вопроса с цифры, глагола, деепричастия.
6. Запрещается использование однокоренных слов в вопросах и ответах.
7. В работе должна быть изюминка, то есть нечто, отличающее ее от миллионов других.
8. Запрещается помещать слова без пересечений (встречается и такое).
9. Не используются слова, пишущиеся через тире и имеющие уменьшительно-ласкательную окраску.

Образец оформления и составления кроссвордов:

По горизонтали:



1. Сторона прямоугольного треугольника.
4. Он есть у функции и последовательности.
8. Его штаны равны во все стороны.
10. Полный круг вращения.
13. Французский математик, специалист теории вероятностей.
14. Арифметическое действие.
16. Гектар — ... площади.
17. Часть матрицы.
18. Свойство углов.
19. Полупрямая.
22. Нейтральный элемент относительно умножения.
23. Группа повторяющихся цифр в бесконечной десятичной дроби.
24. Наибольший общий ...

По вертикали:

2. Бублик как математический объект.
3. Положение, нуждающееся в доказательстве.
4. Поверхность, имеющая 2 измерения.
5. Линейное алгебраическое уравнение.
6. Тригонометрическая функция.
7. Один из двух экстремумов.
9. Функция по своей сути.
11. Часть прямой.
12. Линия.
15. Геометрическая фигура, образованная двумя лучами.
17. Полный квадрат первого двузначного числа.
18. Для него необходимы натуральные числа.
20. В теории графов: маршрут, все ребра которого различны.
21. В теории графов: замкнутый маршрут, все ребра которого различны.

Ответы:

По горизонтали:

1-катет;
4-предел;
8-пифагор;
10-оборот;
13-пуассон;
14-умножение;
16-мера;
17-строка;
18-смежность;
19-луч;
22-единица;
23-период;
24-делитель;

По вертикали:

2-тор;
3-теорема;
4-плоскость;
5-лау;
8-синус;
7-максимум;
9-отображение;
11-отрезок;
12-кривая;
15-угол;
17-сто;
18-счёт;
20-цепь;
21-цикл.

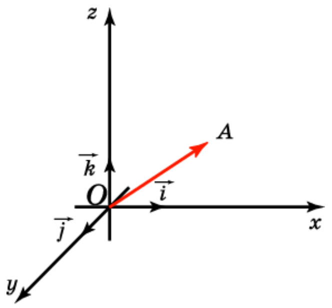
Тема: Векторы и координаты. Уравнение линий. Системы линейных уравнений

Самостоятельная работа №4 на тему: Действие над векторами в координатной форме

Цель: Знать правила действия над векторами и уметь их применять при вычислениях.

Теоретический материал

Отложим вектор так, чтобы его начало совпало с началом координат. Тогда координаты его конца называются координатами вектора. Обозначим $\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}$ векторы с координатами (1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1) соответственно. Их длины равны единице, а направления совпадают с направлениями соответствующих осей координат. Будем изображать эти векторы, отложенными от начала координат и называть их координатными векторами.



Теорема. Вектор $\vec{a}$ имеет координаты (x, y, z) тогда и только тогда, когда он представим в виде $\vec{a} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath} + z\vec{k}$/

Вариант 1

№п/п	Название операции	Формулы
1	**Найти сумму векторов**	$\vec{a}\{1; -2; 3\}$, $\vec{b}\{4; 0; -1\}$ $\vec{a} + \vec{b}\{x_1 + x_2\,;\ y_1 + y_2\,;\ z_1 + z_2\}$
2	**Найти разность векторов**	$\vec{a}\{4; 1; -3\}$, $\vec{b}\{0; -5; 2\}$ $\vec{a} - \vec{b}\{x_1 - x_2\,;\ y_1 - y_2\,;\ z_1 - z_2\}$
3	**Найти произведение вектора на число**	$\vec{a}\{-1; 3; 1\}$, $\delta -$ число $\delta = -3$ $\delta\vec{a}\{\delta \cdot x;\ \delta y\,;\delta z\}$
4	**Вычислить координаты середины отрезка**	**Точка А$(1; 2; -3)$ Точка В (-3;4;-1) Точка С- середина отрезка АВ. С$(x_c; y_c; z_c)$** $x_c = \frac{x_1 + x_2}{2}$, $y_c = \frac{y_1 + y_2}{2}$, $z_c = \frac{z_1 + z_2}{2}$
5	**Найти координаты вектора**	**Точка А$(5; 0; -3)$. Точка В (-1;4;-7).Находим координаты вектора $\overrightarrow{AB}$. Из координат конца вычислить координаты начала вектора** $\overrightarrow{AB}\{x_2 - x_1\,; y_2 - y_1;\ z_2 - z_1\}$
6	**Найти длину вектора**	$\vec{a}\{5; 1; -1\}$ $\lvert\vec{a}\rvert = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
7	**Вычислить скалярное произведение векторов**	$\vec{a}\{-2; 3; 7\}$, $\vec{b}\{-9; 0; 2\}$

		$\vec{a}\cdot\vec{b} = x_1\cdot x_2 + y_1\cdot y_2 + z_1\cdot z_2$
8	**Найти косинус угла между векторами**	$\vec{a}\{2;0;1\}$, $\vec{b}\{-3;1;2\}$ $\cos\alpha = \dfrac{x_1\cdot x_2 + y_1\cdot y_2 + z_1\cdot z_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2+z_2^2}}$
9	**При каких значениях m и n векторы коллинеарны?**	$\vec{a}\{m;3;1\}$, $\vec{b}\{1;n;2\}$ $\dfrac{x_1}{x_2} = \dfrac{y_1}{y_2} = \dfrac{z_1}{z_2} = k$
10	**Проверьте перпендикулярность векторов**	$\vec{a}\{-4;0;1\}$, $\vec{b}\{2;7;8\}$ $x_1\cdot x_2 + y_1\cdot y_2 + z_1\cdot z_2 = 0$ **- условие перпендикулярности векторов**

Вариант 2

№п/п	**Название операции**	**Формулы**
1	**Найти сумму векторов**	$\vec{a}\{2;-3;4\}$, $\vec{b}\{-1;2;0\}$ $\vec{a}+\vec{b}\{x_1+x_2\,;\ y_1+y_2\,;\ z_1+z_2\}$
2	**Найти разность векторов**	$\vec{a}\{4;-5;7\}$, $\vec{b}\{3;-1;2\}$ $\vec{a}-\vec{b}\{x_1-x_2\,;\ y_1-y_2\,;\ z_1-z_2\}$
3	**Найти пароизведение на число**	$\vec{a}\{-2;4;0\}$, $\delta -$ число $\delta = -4$ $\delta\vec{a}\{\delta\cdot x;\ \delta y\,;\delta z\}$
4	**Вычислить координаты середины отрезка**	**Точка А**$(-3{:}\,1;2)$ **Точка В (2;-3;1) Точка С- середина отрезка АВ. С**$(x_c;y_c;z_c)$ $x_c = \dfrac{x_1+x_2}{2}$, $y_c = \dfrac{y_1+y_2}{2}$, $z_c = \dfrac{z_1+z_2}{2}$
5	**Найти координаты вектора**	**Точка А**$(6;-3;4)$. **Точка В (1;-4;7).** **Находим координаты вектора** $\overrightarrow{AB}$**. Из координат конца вычислить координаты начала вектора** $\overrightarrow{AB}\{x_2-x_1\,;y_2-y_1;\,z_2-z_1\}$
6	**Найти длину вектора**	$\vec{a}\{7;2;-1\}$ $\lvert\vec{a}\rvert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$
7	**Вычислить скалярное произведение векторов**	$\vec{a}\{-3;2;9\}$, $\vec{b}\{-7;0;3\}$ $\vec{a}\cdot\vec{b} = x_1\cdot x_2 + y_1\cdot y_2 + z_1\cdot z_2$
8	**Найти косинус угла между векторами**	$\vec{a}\{4;1;0\}$, $\vec{b}\{-5;3;1\}$ $\cos\alpha = \dfrac{x_1\cdot x_2 + y_1\cdot y_2 + z_1\cdot z_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2+z_2^2}}$

9	**При каких значениях m и n векторы коллинеарны?**	$\vec{a}\{m; 5; 3\}$, $\vec{b}\{2; n; 4\}$ $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2} = k$
10	**Проверьте перпендикулярность векторов**	$\vec{a}\{0; -3; 2\}$, $\vec{b}\{9; 4; 6\}$ $x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2 = 0$ **- условие перпендикулярности векторов**

Самостоятельная работа №5 на тему: Жизнь и деятельность математиков-ученых

Цель: расширить кругозор учащихся, познакомить с жизнью и деятельностью математиков – ученых.

Задание для учащихся. Написать сообщение на заданную тему.

Сообщение – это сокращенная запись информации, в которой должны быть отражены основные положения текста, сопровождающиеся аргументами, 1–2 самыми яркими и в то же время краткими примерами.

Сообщение составляется по нескольким источникам, связанным между собой одной темой. Вначале изучается тот источник, в котором данная тема изложена наиболее полно и на современном уровне научных и практических достижений. Записанное сообщение дополняется материалом других источников.

Этапы подготовки сообщения:

1. Прочитайте текст.
2. Составьте его развернутый план.
3. Подумайте, какие части можно сократить так, чтобы содержание было понято правильно и, главное, не исчезло.
4. Объедините близкие по смыслу части.
5. В каждой части выделите главное и второстепенное, которое может быть сокращено при конспектировании.
6. При записи старайтесь сложные предложения заменить простыми.

Тематическое и смысловое единство сообщения выражается в том, что все его компоненты связаны с темой первоисточника.

Сообщение должно содержать информацию на 3-5 мин. и сопровождаться презентацией, схемами, рисунками, таблицами и т.д.

Выполнить самостоятельно:

Написать сообщение на тему: «Математики - известные ученые» (на выбор).

1. Николай Лобачевский;
2. Софья Ковалевская;
3. Николай Боголюбов;
4. Григорий Перельман;
5. Пафнутий Чебышев;
6. Виктор Садовничий;
7. Леонтий Магницкий;
8. Владимир Брадис;
9. Константин Поссе;
10. Андрей Колмогоров;
11. Рене Декарт;
12. Эварист Галуа;
13. Карл Вейерштрасс;
14. Пьер Ферма;
15. Джон Нейман;
16. Жан Даламбер;
17. Клаус Мёбиус;
18. Евклид;
19. Пифогор;
20. Го́тфрид Ви́льгельм Ле́йбниц.

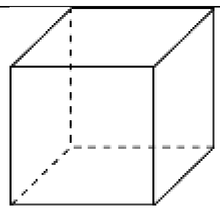
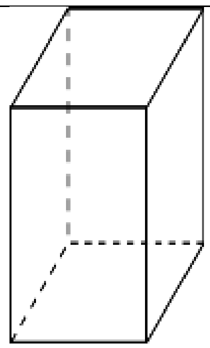
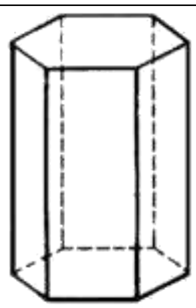
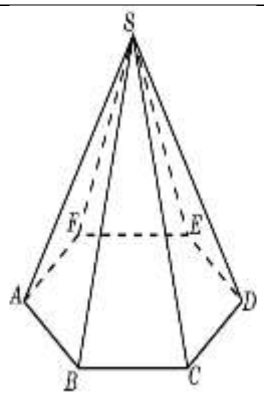
Тема: Геометрические тела. Объемы и площади поверхностей геометрических тел
Самостоятельная работа №6 на тему: Многогранники и их поверхности

Цель: Знать формулы вычисления площади боковой и полной поверхности призмы, пирамиды, параллелепипеда и уметь применять их к решению задач.

Теоретический материал

Площадью поверхности многогранника по определению считается сумма площадей, входящих в эту поверхность многоугольников.

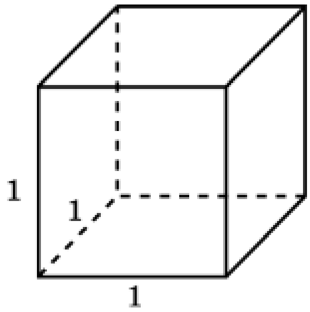
Основные формулы

№п/п	**Наименование многогранника**	**Изображение**	**Площадь боковой и полной поверхности**
1	**Куб**		$S_п = 6a^2$
2	**Прямоугольный параллелепипед**		$S_п = 2ab + 2ac + 2ac$
3	**Призма**		$S_б = p \cdot \text{Н}$ $S_п = S_б + 2S_o$
4	**Пирамида**		$S_б = \frac{1}{2} p \cdot h$ $S_п = S_б + S_o$

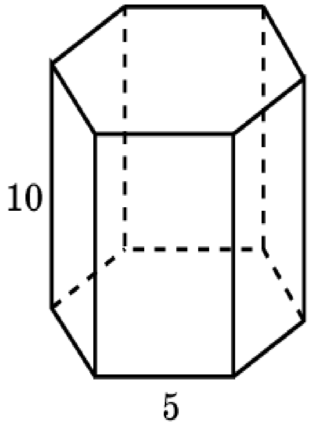
Решить самостоятельно.

Вариант 1

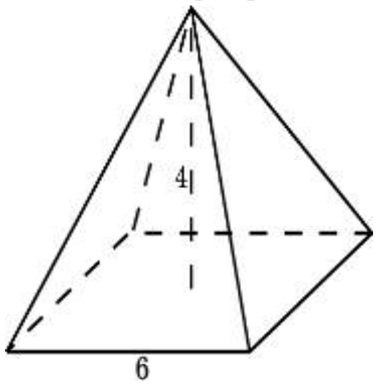
1. Чему равна площадь поверхности куба с ребром 1?



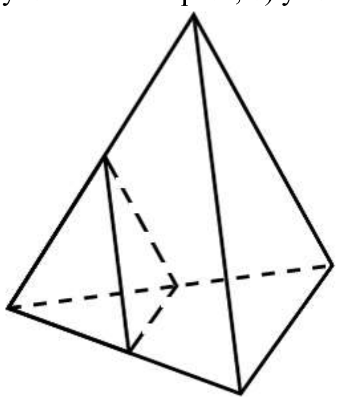
2. Найдите площадь боковой поверхности правильной шестиугольной призмы, сторона основания которой равна 5 см, а высота 10 см.



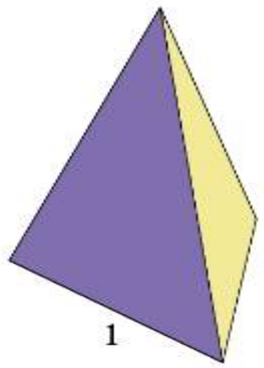
3. Найдите площадь боковой поверхности правильной четырёхугольной пирамиды, сторона основания которой равна 6 см и высота 4 см.



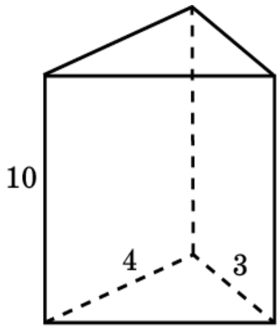
4. Как изменятся площади боковой и полной поверхностей пирамиды, если все её рёбра: а) увеличить в 2 раза; б) уменьшить в 5 раз?



5. Чему равна площадь поверхности правильного тетраэдра с ребром 1?

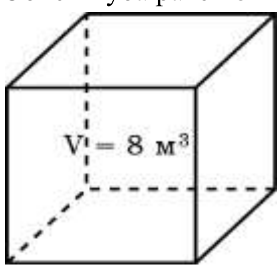


6. Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 3 см и 4 см, высота призмы равна 10 см. Найдите площадь поверхности данной призмы.

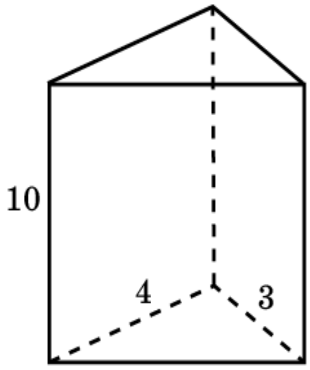


Вариант 2

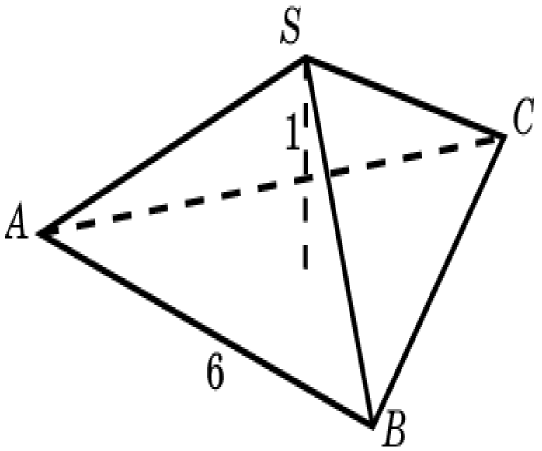
1. Объем куба равен 8 м^3. Найдите площадь его поверхности.



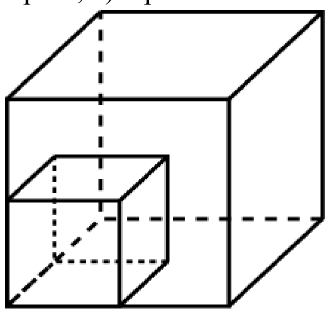
2. Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 3 см и 4 см, высота призмы равна 10 см. Найдите площадь поверхности данной призмы.



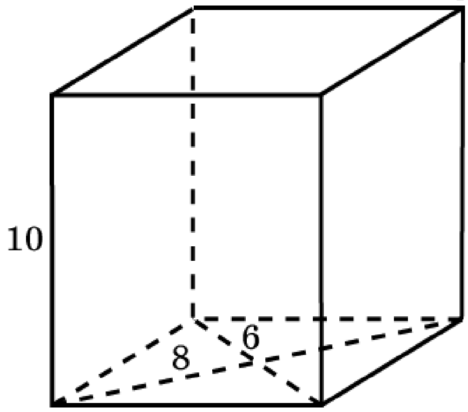
3. Найдите площадь боковой поверхности правильной треугольной пирамиды со стороной основания 6 см и высотой 1 см.



4. Как изменится площадь поверхности куба, если каждое его ребро увеличить в: а) 2 раза; б) 3 раза; в) *n* раз?



5. Чему равна площадь поверхности октаэдра с ребром 1?
6. Найдите площадь поверхности прямой призмы, в основании которой лежит ромб с диагоналями 6 см и 8 см и боковым ребром 10 см.

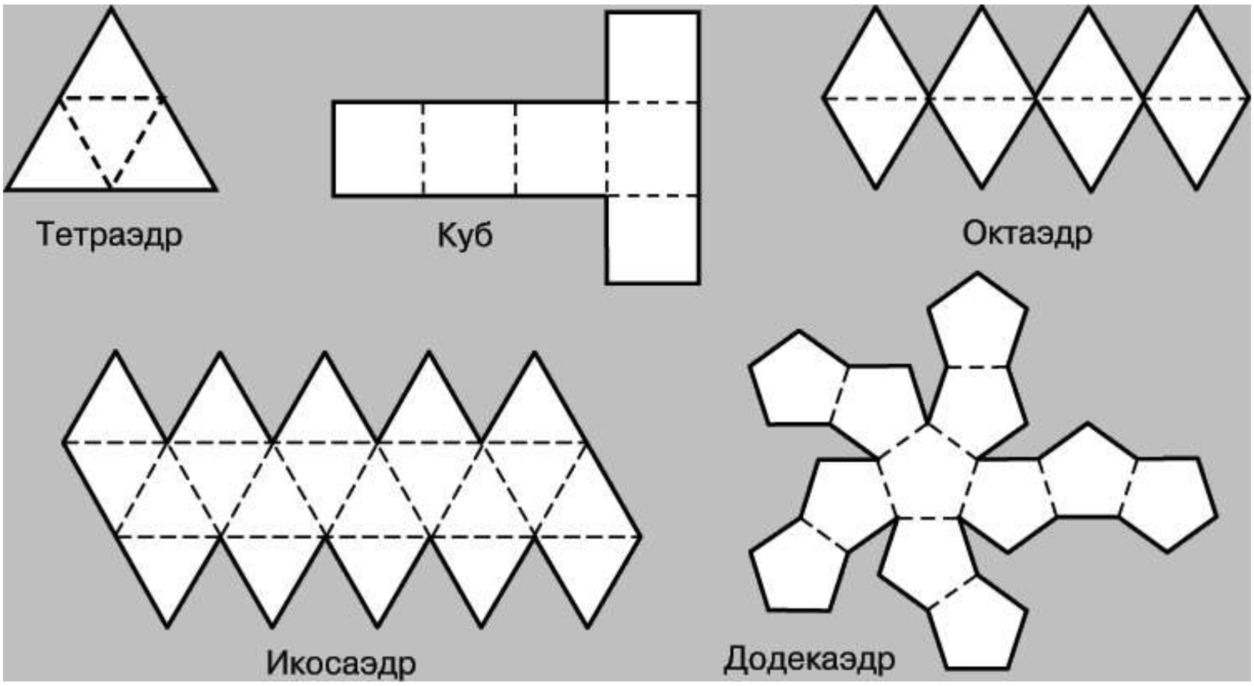


Самостоятельная работа № 7 на тему: Выполнение моделей многогранников

Цель: Закрепить понятие правильных многогранников, при изготовлении моделей, используя развертки.

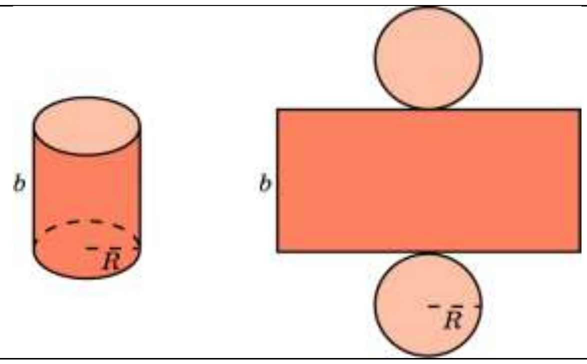
Одним из способов изготовления правильных многогранников является способ с использованием, так называемых, развёрток.

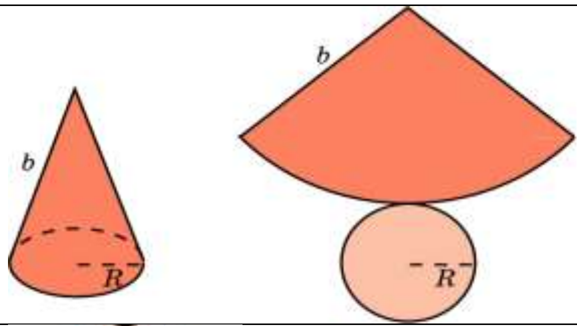
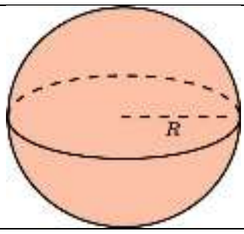
Если модель поверхности многогранника изготовлена из гибкого нерастяжимого материала (бумаги, тонкого картона и т. п.), то эту модель можно разрезать по нескольким рёбрам и развернуть так, что она превратится в модель некоторого многоугольника. Этот многоугольник называют развёрткой поверхности многогранника. Для получения модели многогранника удобно сначала изготовить развёртку его поверхности. При этом необходимыми инструментами являются клей и ножницы. Модели многогранников можно сделать, пользуясь одной разверткой, на которой будут расположены все грани. Однако в этом случае все грани будут одного цвета.



Самостоятельная работа №8 на тему: Площади поверхности и объем фигур вращения
Цель: Знать формулы для вычисления площадей поверхности фигур вращения и уметь применять их при решении задач.

Теоретический материал

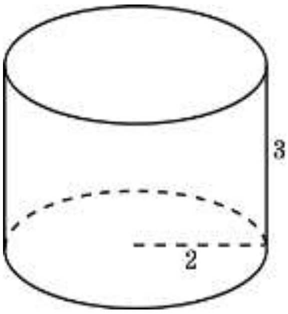
№п/п	**Наименование фигуры**	**Изображение**	**Формула площадей полной и боковой поверхности**
1	**Цилиндр**		$S_б = 2\pi RH$ $S_п = 2\pi RH + 2\pi R^2$ $S_o = \pi R^2$ $V = \pi R^2 \cdot H$

2	**Конус**		$S_б = \pi R l$ $S_п = \pi R l + \pi R^2$ $S_o = \pi R^2$ $V = \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot H$
3	**Сфера, шар**		$S_п = 4\pi R^2$ $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

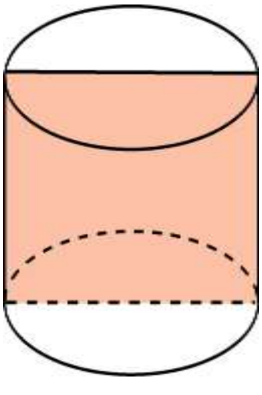
Решить самостоятельно:

Вариант 1

1. Радиус основания цилиндра равен 2 м, высота - 3 м. Найдите площадь боковой поверхности и объем цилиндра.

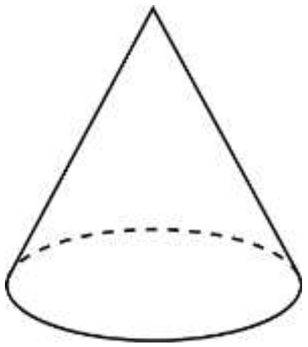


2. Площадь осевого сечения цилиндра равна 4 м^2. Найдите площадь боковой поверхности и объем цилиндра.

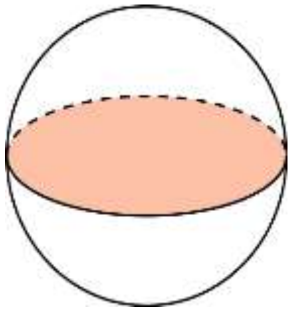


3. Два цилиндра образованы вращением одного и того же прямоугольника вокруг его неравных сторон. Равны ли у этих цилиндров площади: а) боковых; б) полных поверхностей?; в)объемы?

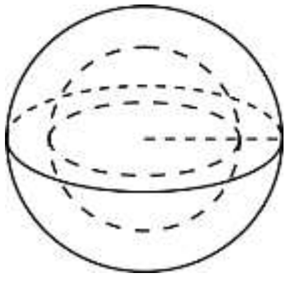
4. Площадь боковой поверхности конуса в два раза больше площади основания. Найдите угол между образующей конуса и плоскостью основания.



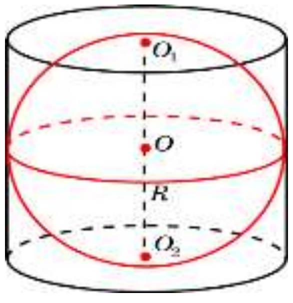
5. Площадь большого круга шара равна 3 см^2. Найдите площадь поверхности и объем шара.



6. Площади поверхностей двух шаров относятся как 4 : 9. Найдите отношение их диаметров.



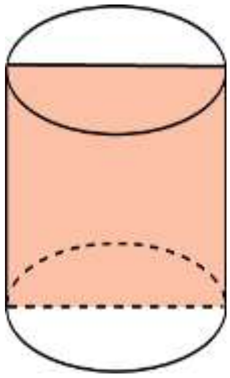
7. Около шара описан цилиндр. Найдите отношение их площадей поверхностей и объемов.



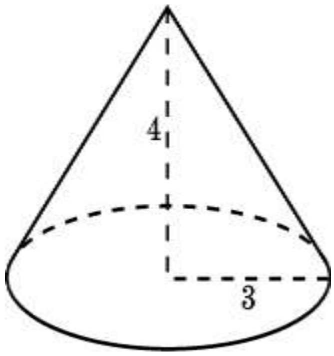
8. Прямоугольник вращается вокруг одной из сторон, равной 5см. Площадь боковой поверхности цилиндра, полученного при вращении, равна 100π см^2. Найдите площадь прямоугольника.

Вариант 2

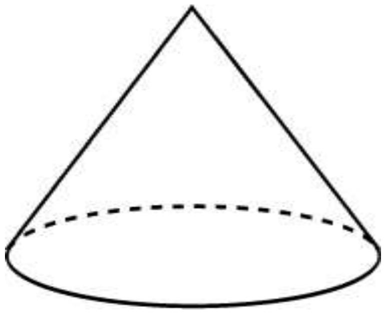
1. Осевое сечение цилиндра - квадрат. Площадь основания равна 1. Найдите площадь поверхности и объем цилиндра.



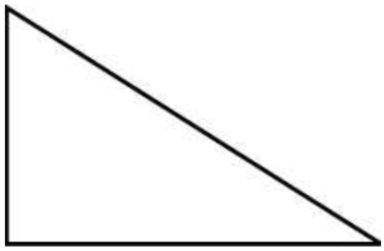
2. Радиус основания конуса равен 3 м, высота - 4 м. Найдите площадь поверхности и объем конуса.



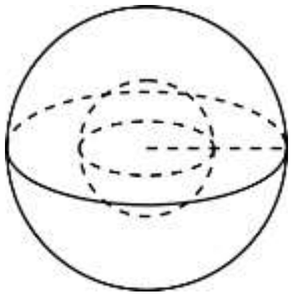
3. Образующая конуса равна 4 дм, а угол при вершине осевого сечения равен 90^o. Вычислите площадь боковой поверхности и объем конуса.



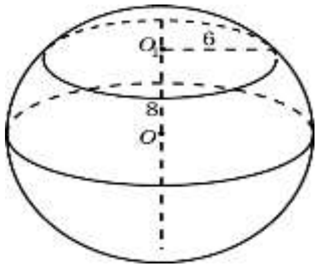
4. Два конуса образованы вращением одного и того же прямоугольного треугольника вокруг его неравных катетов. Равны ли у этих конусов площади: а) боковых; б) полных поверхностей? в)объемы?



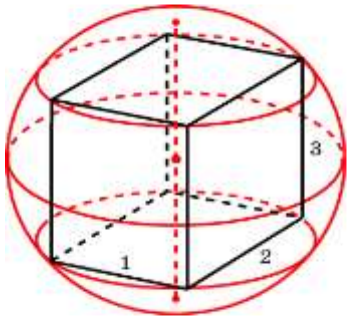
5. Как изменится площадь поверхности и объем шара, если увеличить радиус шара в: а) 2 раза; б) 3 раза; в) *n* раз?



6. Сечение шара плоскостью, отстоящей от центра шара на расстоянии 8 см, имеет радиус 6 см. Найдите площадь поверхности и объем шара.



7. Около прямоугольного параллелепипеда, измерения которого равны 1 дм, 2 дм и 3 дм, описан шар. Найдите площадь его поверхности.



8. Прямоугольник, одна из сторон которого равна 5см, вращается вокруг неизвестной стороны. Площадь боковой поверхности цилиндра, полученного при вращении, равна 60π см^2. Найдите площадь прямоугольника.

АЛГЕБРА

Тема: Приближенные вычисления, вычислительны е средства. Линейные и квадратные уравнения и неравенства

Самостоятельная работа №9 на тему: Решение алгебраических уравнений и неравенств с одной переменной.

Цель: Знать методы решения линейных, квадратных уравнений и неравенств. Применять их при решении упражнений.

Теоретический материал:

Простейшее линейное уравнение: $ax + b = 0$.

$$\begin{cases} x = -\frac{b}{a}, \text{если } a \neq 0; \\ x \in (-\infty; \infty), \text{если } a = 0, \\ \text{нет решения, если } a = 0, b \neq 0. \end{cases}$$

Приведенное квадратное уравнение: $x^2 + px + q = 0$

Теорема Виета: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -p, \\ x_2 \cdot x_2 = q. \end{cases}$

Решение квадратных уравнений:

$a \cdot x^2 + bx + c = 0$

$D = b^2 - 4ac,$

Если $D > 0$, то $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{d}}{2a}$

Если $D = 0$, то $x = \frac{-b}{2a}$

Если $D < 0$, то корней нет

Алгоритм решения квадратного уравнения	**Решить квадратное уравнение**
1. Найдите коэффициенты квадратного уравнения 2. Запишите формулу для нахождения дискриминанта квадратного уравнения 3. Найдите дискриминант 4. Запишите формулу для нахождения корней квадратного уравнения 5. Найдите корни квадратного уравнения 6. Запишите ответ	$\mathbf{2x^2 + 5x - 7 = 0}$ a= , b= , c= D= D= $x_{1,2}$= x_1= x_2= Ответ:

Решить самостоятельно уравнения:

№п/п	**Вариант 1**	**Вариант 2**	**Вариант 3**
1	$x^2 = 3x$	$x^2 + 3x = 0$	$3x - x^2 = 0$

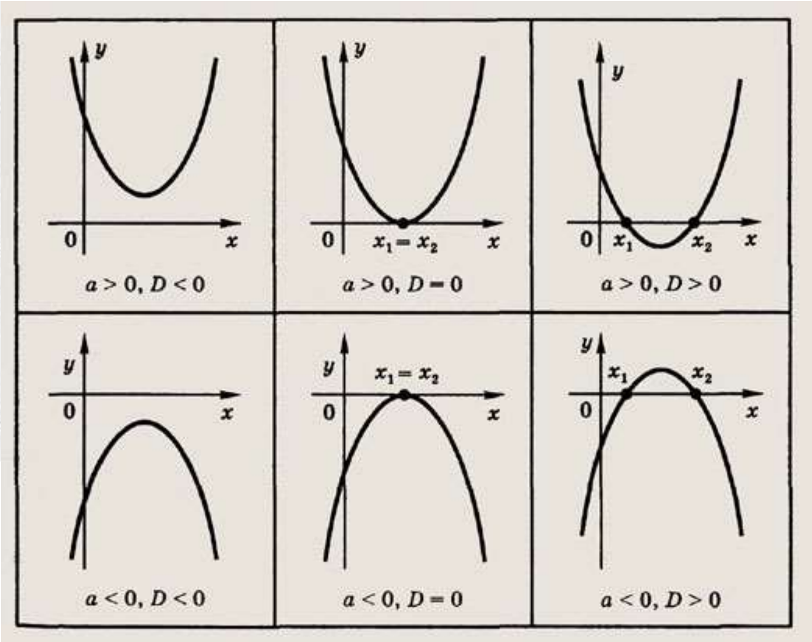
2	$2x^2+4=0$	$2x^2-4=0$	$3x^2+27=0$
3	$-3x^2+27=0$	$\frac{x^2}{3}=3$	$x^2-4x=5$
4	$x^2-14x=-48$	$105+x^2=22x$	$4x+x^2=-15$
5	$x^2+8x+7=0$	$\frac{x^2}{x+3}=\frac{x}{x+3;}$	$\frac{x^2-6x}{x-5}=\frac{5}{5-x}$
6	$\frac{x^2-6x}{x-5}-\frac{5}{x-5}=0$	$\frac{x^2-4}{x}=\frac{3+2x}{2}$	$\frac{8}{x}=3x+2$
7	$x^2-9x+8=0$	$x^2+x-6=0$	$x^2+\frac{3}{8}=\frac{5x}{4}$
8	$x^2+\frac{1}{3}=\frac{7x}{6}$	$2x^2+3=x^2$	$-x^2+4x=3$
9	$\frac{3x+1}{x+2}=1+\frac{x-1}{x-2}$	$\frac{2x-2}{x+3}-\frac{x+3}{3-x}=5$	$\frac{4}{9x^2-1}-\frac{4}{3x+1}=\frac{5}{1-3x}$
10	$\frac{4}{x+3}+1=\frac{1}{x-3}+\frac{5}{3-x}$	$\frac{3}{x}-\frac{4}{1-x}=\frac{5-x}{x^2-1}$	$\frac{3x-2}{x}+\frac{1}{2-x}=\frac{3x+4}{x^2-2x}$

Решение линейных и квадратных неравенств

Теоретический материал

Алгоритм решения квадратного неравенства $\boldsymbol{ax^2+bx+c}>0,\ a\boldsymbol{x^2+bx+c}<0$

1. *Найти корни квадратного трехчлена ax^2+bx+c.*
2. *Отметить найденные корни на оси x и определить, куда (вверх или вниз) направлены ветви параболы, служащей графиком функции $y=ax^2+bx+c$; сделать набросок графика.*
3. *С помощью полученной геометрической модели определить, на каких промежутках оси x ординаты графика положительны (отрицательны); включить эти промежутки в ответ.*



Решить самостоятельно:

№п/п	Вариант 1	Вариант 2
1	$\mathbf{4}\mathrm{x}+\mathbf{2}<0$	$-\mathbf{8}\mathrm{x}-\mathbf{6}>0$
2	$-\mathbf{5}\mathrm{x}-\mathbf{1}\le\mathbf{0}$	$\mathbf{5}\mathrm{x}-\mathbf{6}\le-\mathbf{2}$
3	$-\mathbf{10}\mathrm{x}+\mathbf{4}>-6$	$\mathbf{5}\mathrm{x}+\mathbf{9}<-10$
4	$\mathbf{6}\mathrm{x}-\mathbf{3}\ge-\mathbf{6}+\mathbf{8}\mathrm{x}$	$-\mathbf{3}\mathrm{x}+\mathbf{2}<4+3\mathrm{x}$
5	$\mathbf{4}(\mathbf{2}+\mathrm{x})\le\mathbf{1}$	$\mathbf{3}(-\mathbf{4}-\mathrm{x})\le\mathbf{9}$
6	$\mathbf{5}-\mathbf{2}(-\mathbf{3}\mathrm{x}+\mathbf{5})>1$	$-\mathbf{2}(-\mathbf{3}+\mathbf{7}\mathrm{x})+\mathbf{6}\mathrm{x}\le-\mathbf{8}$
7	$\mathrm{x}^{\mathbf{2}}+\mathbf{8}\mathrm{x}+\mathbf{12}<0$	$\mathrm{x}^{\mathbf{2}}+\mathbf{3}\mathrm{x}-\mathbf{40}>0$
8	$\mathrm{x}^{\mathbf{2}}\mathbf{48}\mathrm{x}-\mathbf{21}\ge\mathbf{0}$	$\mathrm{x}^{\mathbf{2}}+\mathbf{5}\mathrm{x}-\mathbf{36}\le\mathbf{0}$

Тема: Функции, их свойства и графики. Пределы и непрерывность

Самостоятельная работа №10 на тему: Построение графиков функции

Цель: Уметь по графику функции определить ее свойства. Уметь строить графики функций.

Вариант 1

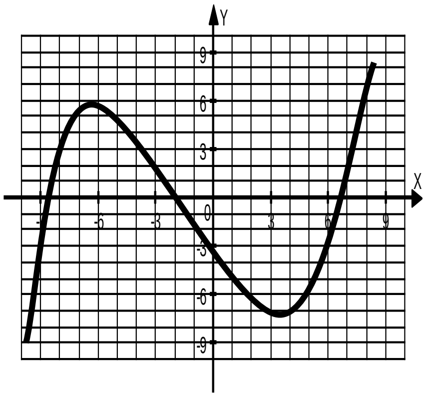
1. По графику функции $y = f(x)$, изображенному на рисунке, определите промежуток убывания функции:

1. $(-\infty; 5]$; 2. $(-6; 4)$; 3. $[-6; 4]$; 4. $[4; \infty)$.

2. По графику функции $y = f(x)$, изображенному на рисунке, определить максимум и минимум функции.

3. По графику функции $y = f(x)$, изображенному на рисунке указать область определения и область значения функции.

4. По графику функции $y = f(x)$, изображенному на рисунке, указать промежутки, где $f(x) > 0$.



5. Найти область определения функции $y = \sqrt{x-4}$.

1. $[4; \infty)$; 2. $(4; \infty)$; 3. $(-\infty; 4]$; 4. $(-\infty; 4)$

6. Укажите наибольшее значение функции $y = 2x - 10$ на отрезке $[-1; 2]$.

1. -12; 2. 8; 3. -6; 4. -2.

7. При каких значениях x функция $y = 2x - 4$ принимает положительные значения?

1. $[-2; \infty)$; 2. $(2; \infty)$; 3. $(-\infty; 0{,}5)$; 4. $(-\infty; 2]$.

8. Найдите нули функции $y = x^2 + 2x$.

1. $\{-1;\ -2\}$; 2. $\{0\}$; 3. $\{0; 2\}$; 4. $\{0; -2\}$.

9. Постройте график функции: $y = (x-2)^2 + 3$

Вариант 2

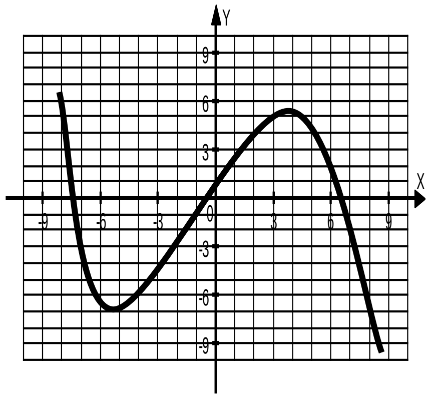
1. По графику функции $y = f(x)$, изображенному на рисунке, определите промежуток возрастания функции.

   1. $(-\infty; 4]$; 2. $[-5; 4]$; 3. $(-5; 4)$; 4. $[4; \infty)$.

2. По графику функции $y = f(x)$, изображенному на рисунке, определить максимум и минимум функции.

3. По графику функции $y = f(x)$, изображенному на рисунке указать область определения и область значения функции.

4. По графику функции $y = f(x)$, изображенному на рисунке, указать промежутки, где $f(x) > 0$.



5. Найти область определения функции $y = \frac{5}{x+4}$.

1. $(-\infty; -4) \cup (-4; \infty)$; 2. $(-4; \infty)$; 3. $[4; \infty)$; 4. $(-\infty; -4] \cup [4; \infty)$.

6. Укажите наименьшее значение функции $y = \frac{2}{x+2}$ на отрезке $[0; 2]$.

1. -1; 2. $-\frac{1}{2}$; 3.1; 4.0,5.

7. При каких значениях x функция $y = 3x + 6$ принимает отрицательные значения?

1. $(-2; \infty)$; 2. $[2; \infty)$; 3. $(-\infty; -2)$; 4. $(-\infty; 2]$.

8. Найдите нули функции $y = 3x - x^2$.

1. $\{-1; 3\}$; 2. $\{0; -3\}$; 3. $\{0\}$; 4. $\{0; 3\}$.

9. Постройте график функции: $y = (x+2)^2 + 1$.

Самостоятельная работа №11 на тему: Вычисление предела функции

Цель: Знать понятие предела функции в точке, уметь вычислять пределы и раскрывать неопределённости $\left[\frac{0}{0}\right]$ и $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$.

Теоретический материал

Формулы для повторения

1. $\lim\limits_{x \to a} C = C$, где C = const

Следующие теоремы справедливы при предположении, что функции f(x) и g(x) имеют конечные пределы при x→a.

2. $\lim\limits_{x \to a} (f(x) \pm g(x)) = \lim\limits_{x \to a} f(x) \pm \lim\limits_{x \to a} g(x)$
3. $\lim\limits_{x \to a} [f(x) \cdot g(x)] = \lim\limits_{x \to a} f(x) \cdot \lim\limits_{x \to a} g(x)$
4. $\lim\limits_{x \to a} C \cdot f(x) = C \cdot \lim\limits_{x \to a} f(x)$

5. $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\dfrac{\lim\limits_{x\to a}f(x)}{\lim\limits_{x\to a}g(x)}$ при $\lim\limits_{x\to a}g(x)\neq 0$

Образец решения:

1. Найти предел:

$\lim\limits_{x\to 2}(5x^2-2x+1)=5\cdot 2^2-2\cdot 2+1=5\cdot 4-4+1=17.$

2. Найти предел:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{2x^3-x+5}{x^3+x^2-1}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$$

Имеем неопределенность $\frac{\infty}{\infty}$. Чтобы раскрыть ее, разделим числитель и знаменатель дроби на высшую степень числа x, т.е. на x^3.

Получим:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{2x^3}{x^3}-\frac{x}{x^3}+\frac{5}{x^3}}{\frac{x^3}{x^3}+\frac{x^2}{x^3}-\frac{1}{x^3}}.$$

Применяя теоремы о вычислении предела, получим:

$$\frac{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^3}{x^3}-\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x}{x^3}+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5}{x^3}}{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^3}{x^3}+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2}{x^3}-\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x^3}}=\frac{\lim\limits_{x\to\infty}2-\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x^2}+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5}{x^3}}{\lim\limits_{x\to\infty}1+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x}-\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x^3}}=\frac{2}{1}=2$$

3. Найти предел:

$$1.\lim_{x\to -2}\frac{5x^2+13x+6}{3x^2+2x-8}=\left[\frac{0}{0}\right]$$

Решение:

Имеем неопределенность $\frac{0}{0}$. Чтобы раскрыть ее, разложим на множители числитель и знаменатель.

$$\lim_{x\to -2}\frac{5x^2+13x+6}{3x^2+2x-8}=\lim_{x\to -2}\frac{(x+2)(5x+3)}{(x+2)(3x-4)}=\lim_{x\to -2}\frac{5x+3}{3x-4}=\frac{7}{10}=0{,}7$$

Примечание:

$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x^2}=0$ $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5}{x^3}$=0;

$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x}=0;$ $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x^3}=0$

Решить самостоятельно:

Вариант 1	**Вариант 2**
Найти указанные пределы:	Найти указанные пределы:
1. $\lim\limits_{x\to 2}(2x^2-4x+4)$	1. $\lim\limits_{x\to -1}(5-3x-x^2)$
2. $\lim\limits_{x\to 4}\frac{\sqrt{x+5}}{x}$	2. $\lim\limits_{x\to 3}\frac{2x}{\sqrt{x+6}}$
3. $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x-1}$	3. $\lim\limits_{x\to 4}\frac{x^2-4x}{x^2-16}$
4. $\lim\limits_{x\to -6}\frac{x^2-36}{x+6}$	

$5.\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^3-8}{x-2}$	$4.\lim\limits_{x\to 0}\frac{x^2-2x}{5x}$ $5.\lim\limits_{x\to -2}\frac{x^3+8}{x+2}$
Вариант 3 Найти указанные пределы: $1.\lim\limits_{x\to 3}(x^2+7x-3)$ $2.\lim\limits_{x\to 4}\frac{\sqrt{x+5}}{2x}$ $3.\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2}$ $4.\lim\limits_{x\to -5}\frac{x^2+5x}{x+5}$ $5.\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^3-27}{x-3}$	**Вариант 4** Найти указанные пределы: $1.\lim\limits_{x\to -2}(3-4x-x^2)$ $2.\lim\limits_{x\to 1}\frac{3x}{\sqrt{2x+14}}$ $3.\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x-3}$ $4.\lim\limits_{x\to 4}\frac{4-x}{16-x^2}$ $5.\lim\limits_{x\to -3}\frac{x^3+27}{x+3}$

Дополнительное задание:

1. Найти указанные пределы:

$$1.\lim_{x\to 2}\frac{x^2-7x+10}{x^2-4}$$

$$2.\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x^2+2x-15}$$

$$3.\lim_{x\to\infty}\frac{x^3+2x^2-4}{2x^3-x-1}$$

$$4.\lim_{x\to\infty}\frac{2x^4+7x^3-1}{2x^5+3}$$

Тема: Показательная, логарифмическая, степенная функции:

Самостоятельная работа №12 на тему: Решение иррациональных уравнений

Цель: Закрепить навыки решения иррациональных уравнений.

Теоретический материал

Формулы для повторения:

$(a+b)^2=a^2+2\cdot a\cdot b+b^2$;

$(a-b)^2=a^2-2\cdot a\cdot b+b^2$;

Решение квадратных уравнений:

$\boldsymbol{a\cdot x^2+bx+c=0}$

$\boldsymbol{D=b^2-4ac}$**,**

Если $\boldsymbol{D}>0$, **то** $\boldsymbol{x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{d}}{2a}}$

Если $D = 0$, то $x = \frac{-b}{2a}$

Если $D < 0$, то корней нет

Вариант 1

Решить уравнения

1. $\sqrt{x^2 - 4x} = \sqrt{6 - 3x}$;
2. $\sqrt{x^2 + x - 3} = \sqrt{1 - 2x}$;
3. $\sqrt{3x + 1} = x - 1$;
4. $\sqrt{x - 2 + 2\sqrt{x + 6}} = 4$;
5. $2\sqrt{x} - \sqrt[4]{x} = 1$;
6. $x^2 + 3x - \sqrt{x^2 + 3x} - 2 = 0$;
7. При каких значениях x функция $y = \sqrt[3]{x^2 - 1}$ принимает значение равное 2?

Вариант 2

Решить уравнения

1. $\sqrt{x^2 - 10} = \sqrt{-3x}$;
2. $\sqrt{x^2 - 4x + 3} = \sqrt{1 - x}$;
3. $\sqrt{2x + 4} = x - 2$;
4. $\sqrt{x - 1 + \sqrt{x + 2}} = 3$;
5. $3\sqrt{x} + 2\sqrt[4]{x} = 5$;
6. $x^2 - 8x - 2\sqrt{x^2 - 8x} - 3 = 0$;
7. При каких значениях x функция $y = \sqrt[3]{x^2 + 2}$ принимает значение равное 3?

Самостоятельная работа №13 на тему: Преобразование выражений, содержащих показательные и логарифмические функции.

Цель: Знать основное логарифмическое тождество, свойства логарифмов, уметь применять их при решении упражнений.

Теоретический материал:

Основное логарифмическое тождество: $\boldsymbol{a^{\log_a b} = b}$.

Свойство логарифмов:

1. $\log_a b + \log_a c = \log_a(b \cdot c)$;
2. $\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$;
3. $\log_a b^r = r \cdot \log_a b$.

Решить самостоятельно:

Вариант 1

1. Вычислить:

1.1. $5{,}1^{\log_{5,1} 9}$; 1.2. $7^{\log_7 16}$; 1.3. $12^{1+\log_{12} 4}$; 1.4. $\log_2 \frac{1}{32}$;

1.5. $\log_{27} 9$; 1.6. $3^{1+\log_3 5}$.

2. Выяснить при каких значениях X имеет смысл выражение:

2.1. $\log_{\frac{1}{2}}(4 - x)$; 2.2. $\log_{\frac{2}{3}}(x^2 - 16)$; 2.3. $\log_3 \frac{7-3x}{x-4}$;

3. Вычислить:

3.1. $2^{2+\log_2 5}$; 3.2. $2^{3\log_2 4}$; 3.3. $\frac{\log_7 25}{\log_7 5}$.

4. Вычислить:

4.1. $\log_{15} 5 + \log_{15} 3$;

4.2. $\log_{0,1} 5 + \log_{0,1} 2$;

4.3. $\log_5 50 - \log_5 2$;

4.4. $\log_2 8^7$;

4.5. $\log_{13} \sqrt[5]{169}$;

4.6. $\frac{1}{2}\log_{10} 0{,}81 - 2\log_{10} 3$;

Вариант 2

1. Вычислить:

1.1. $6{,}3^{\log_{6,3} 7}$; 1.2. $5^{\log_5 13}$; 1.3. $7^{2+\log_7 4}$; 1.4. $\log_3 \frac{1}{27}$;

1.5. $\log_{16} 8$; 1.6. $5^{\log_5 0{,}2}$.

2. Выяснить при каких значениях X имеет смысл выражение:

2.1. $\log_{0,2}(7 - x)$; 2.2. $\log_{\frac{2}{3}}(x^2 - 16)$; 2.3. $\log_5 \frac{7+2x}{x-3}$;

3. Вычислить:

3.1. $3^{1+\log_3 8}$; 3.2. $5^{2\log_5 3}$; 3.3. $\frac{\log_4 36}{\log_4 6}$;

4. Вычислить:

4.1. $\log_{12} 3 + \log_{12} 4$;

4.2. $\log_{\frac{1}{6}} 4 + \log_{\frac{1}{6}} 9$;

4.3. $\log_4 192 - \log_4 3$;

4.4. $\log_3 9^{10}$;

4.5. $\log_{15} \sqrt[3]{225}$;

4.6. $\frac{1}{2}\log_3 \frac{1}{81} - \frac{1}{3}\log_3 \frac{8}{27}$;

Самостоятельная работа №14 на тему: Решение показательных и логарифмических уравнений и неравенств

Цель: Знать методы решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств, применять их при решении упражнений.

Теоретический материал

Степени чисел от 0 до 10

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2^n	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
3^n	1	3	9	27	81	243	729	2187	6561	19683	59049
4^n	1	4	16	64	256	1024	4096	16384	65536	262144	
5^n	1	5	25	125	625	3125	15625	78125	390625		
6^n	1	6	36	216	1296	7776	46656	279936			
7^n	1	7	49	343	2401	16807	117649				
8^n	1	8	64	512	4096	32768					

9^n	1	9	81	729	6561	59049					
10^n	1	10	100	1000	10000						

Решение квадратных уравнений:

$\boldsymbol{a \cdot x^2 + bx + c = 0}$
$\boldsymbol{D = b^2 - 4ac,}$
Если $D > 0$, **то** $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{d}}{2a}$
Если $D = 0$, **то** $x = \frac{-b}{2a}$
Если $D < 0$, **то корней нет**

Формулы сокращенного умножения:

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$

$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

Свойства степеней	Свойства корней n-ой степени
1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ 2. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ 3. $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ 4. $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$ 5. $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ 6. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ 7. $a^0 = 1$ 8. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{b}{a}\right)^{-n}$ 9. $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	1. $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$ 2. $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ 3. $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$ 4. $\sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$ 5. $\sqrt[n \cdot k]{a^{n \cdot k}} = \sqrt[n]{a^m}$ 6. $\sqrt[n]{a^n} = a$ 7. $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

Показательное уравнение – это уравнение, в котором неизвестное содержится в показателе степени

Решение показательных уравнений. Метод выноса за скобки

Образцы решения

1. Решить уравнение: $3^{x+1} - 2 \cdot 3^{x-2} = 25$

В левой части выносим за скобки степень с наименьшим показателем, то есть 3^{x-2}. В результате получим:

$$3^{x-2}\left(\frac{3^{x+1}}{3^{x-2}} - \frac{2 \cdot 3^{x-2}}{3^{x-2}}\right) = 25$$

$$3^{x-2}\left(3^{x+1-(x-2)} - 2\right) = 25$$

$$3^{x-2}(3^{x+1-x+2} - 2) = 25$$

$3^{x-2}(3^3 - 2) = 25$
$3^{x-2} \cdot 25 = 25$

$3^{x-2} = 1$, $3^{x-2} = 3^0$, отсюда следует, что $x = 2$.

Ответ: x = 2.

Уравнения, сводящиеся к квадратным (метод замены)

Образцы решения

2. Решить уравнение: $4^x + 2^{x+1} - 24 = 0$.

Решение: Заметив, что $4^x = (2^2)^x = 2^{2x} = (2^x)^2$, а $2^{x+1} = 2 \cdot 2^x$
Перепишем заданное уравнение в виде:
$(2^x)^2 + 2 \cdot 2^x - 24 = 0$
Вводим новую переменную: $t = 2^x$, тогда уравнение примет вид:
$t^2 + 2t - 24 = 0$
Решив квадратное уравнение, получим: $t_1 = 4$, $t_2 = -6$. Но так как $t = 2^x$, то надо решить два уравнения:
$2^x = 4$ и $2^x \neq -6$
Решим первое уравнение:
$2^x = 2^2$ отсюда следует, что $x = 2$.
Рассмотрим второе уравнение.
Второе уравнение не имеет решения, так как $2^x > 0$ для любых значений x.
Ответ: 2.

Образцы решения логарифмических уравнений

1. **Решить уравнение:**

$\log_3(x-2) + \log_3(x+2) = \log_3(2x-1)$
Решение: Используя формулу: $\log_a x + \log_a y = \log_a(x \cdot y)$, заменим сумму логарифмов произведением:
$\log_3((x-2) \cdot (x+2)) = \log_3(2x-1)$
$x^2 - 4 = 2x - 1$
$x^2 - 4 - 2x + 1 = 0$
$x^2 - 2x - 3 = 0$
$x_1 = 3$; $x_2 = -1$.
Проверка:
$x_1 = 3$
$\log_3(3-2) + \log_3(3+2) = \log_3(2 \cdot 3 - 1)$

$\log_3 5 = \log_3 5$

$x_2 = -1$
$\log_3(-1-2) + \log_3(-1+2) = \log_3(2 \cdot (-1) - 1)$ - не существует.
Ответ: $x = 3$

2. Решить уравнение:

$\log_4^2 x + \log_4 x - 2 = 0$. Используем метод замены.
$\log_4 x = t \implies t^2 + t - 2 = 0$
$t_1 = 1$, $t_2 = -2$. Подставим в замену.
$\log_4 x = 1 \Rightarrow x = 4^1 = 4$, $\log_4 x = -2 \Rightarrow x = 4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}$.
Ответ: $x = 4$; $x = \frac{1}{16}$.

Образцы решения показательных неравенств

1. Решить неравенство $2^x - 2^{x-2} \leq 3$.

Решение:
Выносим за скобки степень с наименьшим показателем, т.е. 2^{x-2}.
Получим: $2^{x-2}(2^2-1) \le 3$,
$2^x \cdot 3 \le 3$,
$2^x \le 1$, так как $2^0 = 1$ то
$2^x \le 2^0$
Так как основание $2 > 1$, то неравенство равносильно неравенству того же смысла $x \le 0$.
Ответ: $x \in (-\infty; 0)$.

2. Решить неравенство $7^{2x} - 8 \cdot 7^x + 7 > 0$

Решение.
Заменим : $7^x = t, t > 0$;
Получим неравенство: $t^2 - 8t + 7 > 0$. Трехчлен $t^2 - 8t + 7$ разложим на множители:
$(t-7)(t-1) > 0$.
$t < 7; t > 1$.
$7^x < 7$, $a = 7 > 1$, то $x < 1$
$7^x > 1$, $7^x > 7^0$, $a = 7 > 1$, то $x > 0$.
Ответ: $x \in (-\infty; 1) \cup (0; \infty)$.

Образцы решения логарифмических неравенств.

1. **Решить неравенство:**

№п/п	**Вариант 1**	**Вариант 2**
1	$3^{x+2} - 3^x = 72$	$2^x - 2^{x-4} = 15$
2	$2 \cdot 3^{x+3} - 5 \cdot 3^{x-2} = 1443$	$3^{x-1} + 3^{x-2} + 3^{x-3} = 3159$
3	$2^{2x} + 3 \cdot 2^x - 10 = 0$	$2 \cdot 4^x - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$
4	$\left(\frac{1}{6}\right)^{2x} - 5 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^x - 6 = 0$	$4 \cdot \left(\frac{1}{16}\right)^x + 15 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x - 4 = 0$
5	$log_3^2 x - 2log_3 x - 3 = 0$	$log_4^2 x - 4\log_4 x + 3 = 0$
6	$\log_7 2 = \log_7 x^2 - \log_7 8$	$\log_2 x^2 = \log_2 2 + \log_2 18$
7	$\log_{0.7}(x+3) + \log_{0.7}(x-3) = \log_{0.7}(2x-1)$	$\log_{11}(x+2) + \log_{11}(x-2) = \log_{11}(2x-1)$
Показательные и логарифмические неравенства		
1	$2^x + 2^{x+2} \le 20$	$\left(\frac{1}{5}\right)^{3x+4} + \left(\frac{1}{5}\right)^{3x+5} > 6$
2	$7^x \ge 7^{x-1} + 6$	$2^{x+2} - 2^x > 96$
3	$7^{2x} - 8 \cdot 7^x + 7 > 0$	$9^x - 6 \cdot 3^x < 27$
4	$0{,}2^{2x} - 1{,}2 \cdot 0{,}2^x + 0{,}2 > 0$	$\left(\frac{1}{7}\right)^{2x} - 8 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^x + 7 < 0$
5	$\log_7(2-x) \le \log_7(3x+6)$	$\log_{2,5}(4x-5) \ge \log_{2,5}(3x-6)$
6	$\log_{\frac{1}{3}}(1-2x) > \log_{\frac{1}{3}}(5x+25)$	$\log_{0,8}(2x-3) < \log_{0,8}(3x-5)$

Тема: Тригонометрические функции

Самостоятельная работа №15 на тему: Использование тригонометрических формул для преобразования тригонометрических выражений

Цель: Закрепить навыки преобразования тригонометрических выражений.

Основные формулы тригонометрии

$sin^2x + cos^2x = 1;$

$sin^2x = 1 - cos^2x;$

$cos^2x = 1 - sin^2x;$

$tgx = \frac{sinx}{cosx}$; $ctgx = \frac{cosx}{sinx}$; $tgx \cdot ctgx = 1;$ $tgx = \frac{1}{ctgx}$; $ctgx = \frac{1}{tgx}$.

Синус и косинус суммы и разности аргументов:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \sin\beta + \cos\alpha$$
$$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha\cos\beta - \sin\beta + \cos\alpha$$
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$$
$$tg(\alpha + \beta) = \frac{tg\alpha + tg\beta}{1 - tg\alpha \cdot tg\beta}$$

Формулы двойного аргумента:

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = (\cos\alpha)^2 - (\cos\alpha)^2$$
$$tg2\alpha = \frac{2 \cdot tg\alpha}{1 - tg^2\alpha}$$

Формулы понижения степени:

$$(\sin\alpha)^2 = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$
$$(\cos\alpha)^2 = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$$

Преобразование сумм тригонометрических функций в произведение:

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha + \beta}{2}\cos\frac{\alpha - \beta}{2}$$
$$\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha - \beta}{2}\cos\frac{\alpha + \beta}{2}$$
$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha + \beta}{2}\cos\frac{\alpha - \beta}{2}$$
$$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha + \beta}{2}\sin\frac{\alpha - \beta}{2}$$

Вариант 1	**Вариант 2**
1. Вычислить выражение, используя формулы синус и косинус суммы и разности аргументов: $\sin 105^0$	1. Вычислить выражение, используя формулы синус и косинус суммы и разности аргументов: $\cos 15^0$
2. Упростить выражение, используя формулы синус и косинус суммы и разности аргументов:	2. Упростить выражение, используя формулы синус и косинус суммы и разности аргументов:

2.1. $\sin\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right)-\frac{1}{2}\sin\alpha$ 2.2. $\sin\alpha\sin\beta+\cos(\alpha+\beta)$ 2.3. $\cos(\alpha-\beta)-\cos\alpha\cos\beta$ 2.4. $\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)$	2.1. $\cos\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)+\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\alpha$ 2.2. $\sin(\alpha+\beta)-\sin\alpha\sin\beta$ 2.3. $\sin\alpha\cos\beta-\sin(\alpha-\beta)$ 2.4. $\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)$
3. Найдите значение выражения, используя формулы синус и косинус суммы и разности аргументов: 3.1. $\cos 107^0\cos 107^0+\sin 107^0\sin 17^0$ 3.2. $\sin 63^0\cos 27^0+\cos 63^0\sin 27^0$ 3.3. $\cos\frac{\pi}{12}\cos\frac{\pi}{4}-\sin\frac{\pi}{12}\sin\frac{\pi}{4}$ 3.4. $\sin\frac{\pi}{12}\cos\frac{\pi}{4}-\cos\frac{\pi}{12}\sin\frac{\pi}{4}$ 3.5. $\frac{\cos 105^0\cos 5^0+\sin 105^0\cos 85^0}{\sin 95^0\cos 5^0-\cos 95^0\sin 185^0}$	3. Найдите значение выражения, используя формулы синус и косинус суммы и разности аргументов: 3.1. $\cos 36^0\cos 24^0-\sin 36^0\sin 24^0$ 3.2. $\sin 51^0\cos 21^0-\cos 51^0\sin 21^0$ 3.3. $\cos\frac{5\pi}{8}\cos\frac{3\pi}{8}+\sin\frac{5\pi}{8}\sin\frac{3\pi}{8}$ 3.4. $\sin\frac{2\pi}{15}\cos\frac{\pi}{5}+\cos\frac{2\pi}{15}\sin\frac{\pi}{5}$ 3.5. $\frac{\sin 75^0\cos 5^0-\cos 75^0\cos 85^0}{\cos 375^0\cos 5^0-\sin 15^0\sin 365^0}$
4. Докажите тождество используя формулы синус и косинус суммы и разности аргументов: 4.1. $\sin(\alpha+\beta)+\sin(-\alpha)\cos(-\beta)==\sin\beta\cos\alpha$ 4.2. $\sin(30^0-\alpha)-\cos(60^0-\alpha)=$ $-\sqrt{3}\sin\alpha$	4. Докажите тождество используя формулы синус и косинус суммы и разности аргументов: 4.1. $\cos(\alpha+\beta)+\sin(-\alpha)\sin(-\beta)=$ $=\cos\alpha\cos\beta$ 4.2. $\sin(30^0-\alpha)+\sin(30^0+\alpha)=$ $\cos\alpha$
1. Упростить выражение, используя формулы двойного аргумента: 5.1. $\frac{\sin 2\alpha}{\cos\alpha}=\sin\alpha$ 5.2. $\frac{\cos 2\alpha}{\cos\alpha-\sin\alpha}=-\sin\alpha$ 5.3. $2\sin 15^0\cos 15^0$ 5.4. $(\cos 15^0+\sin 15^0)^2$	5.Упростить выражение, используя формулы двойного аргумента: 5.1. $(\cos\alpha)^2-\cos 2\alpha$ 5.2. $\frac{\sin 6\alpha}{(\cos 3\alpha)^2}$ 5.3. $(\cos 75^0-\sin 75^0)^2$ 5.4. $(\cos 15^0)^2-(\sin 15^0)^2$
6.Известно, что $\sin\alpha=\frac{5}{13}$, $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$ Найдите: $\sin 2\alpha$, $\cos 2\alpha$	6.Известно, что $\cos\alpha=0{,}8$, $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$ Найдите: $\sin 2\alpha$, $\cos 2\alpha$
7.Известно, что $\cos\alpha=\frac{2}{3}$. $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$ Найдите: $\sin\frac{\alpha}{2}$, $\cos\frac{\alpha}{2}$	7.Известно, что $\cos\alpha=\frac{3}{4}$. $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$ Найдите: $\sin\frac{\alpha}{2}$, $\cos\frac{\alpha}{2}$
8. Представить в виде произведения: 8.1. $\sin 40^0+\sin 16^0$ 8.2. $\sin 20^0-\sin 40^0$ 8.3. $\cos 15^0+\cos 45^0$	8.Представить в виде произведения: 8.1. $\sin 10^0+\sin 50^0$ 8.2. $\sin 52^0-\sin 36^0$ 8.3. $\cos 20^0+\cos 40^0$

8.4. $\cos 46^0 - \cos 74^0$	8.4. $\cos 75^0 - \cos 15^0$
9. Представить в виде произведения: 9.1. $\frac{1}{2} - \cos\alpha$ 9.2. $\cos\alpha + \sin\alpha$ 9.3. $\frac{\cos 68^0 - \cos 22^0}{\sin 68^0 - \sin 22^0}$	9.Представить в виде произведения: 9.1. $\frac{\sqrt{3}}{2} + \sin\alpha$ 9.2. $\sin\alpha$ - $\cos\alpha$ 9.3. $\frac{\sin 130^0 + \sin 110^0}{\cos 130^0 + \cos 110^0}$
10.Докажите, что верно равенство используя формулы преобразования сумм тригонометрических функций в произведение: $\sin 20^0 + \sin 40^0 - \cos 10^0 = 0$	10.Докажите, что верно равенство используя формулы преобразования сумм тригонометрических функций в произведение: $\cos 85^0 + \cos 35^0 - \cos 25^0 = 0$

Самостоятельная работа №16 на тему: Решение тригонометрических уравнений

Цель: Знать методы решения тригонометрических уравнений и применять их при решении упражнений.

Теоретический материал

Формулы для повторения

arcsin(− a) = − arcsin a

arccos (−a) = π − arccos a

arctg (−a) = − arctg a

arcctg (−a) = π − arcctg a

Общие формулы решения тригонометрических уравнений

I. $\sin x = a$, $\lvert a\rvert \le 1$; x $x = (-1)^n \arcsin a + \pi n$, n ϵ	II. $\cos x = a$, $\lvert a\rvert \le 1$ $x = \pm\arccos a + 2\pi n$, n ϵ z
II tg x = a, a – любое число T x = arctg x + πn, $n\epsilon z$	I ctg x = a, a – любое число x= arcctgx + πn, nϵz

Частные решения тригонометрических уравнений

sin x=0 x=πn, nϵz	sin x=1 x=$\frac{\pi}{2} + 2\pi n$, nϵz	sin x=-1 x= $-\frac{\pi}{2} + 2\pi n$, nϵz
cos x=0 x= $\frac{\pi}{2} + \pi n$, nϵz	cos x=1 x= 2πn, nϵz	cos x=-1 x=π + 2πn, nϵz

Значение тригонометрических функций

град	$\mathbf{0^0}$	$\mathbf{30^0}$	$\mathbf{45^0}$	$\mathbf{60^0}$	$\mathbf{90^0}$
радиан	**0**	$\boldsymbol{\frac{\pi}{6}}$	$\boldsymbol{\frac{\pi}{4}}$	$\boldsymbol{\frac{\pi}{3}}$	$\boldsymbol{\frac{\pi}{2}}$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\mathrm{tg}\,\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	не существ
$\mathrm{ctg}\,\alpha$	Не существ	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

Формулы для повторения:

$ax^2 + bx + c = 0, \quad D = b^2 - 4 \cdot a \cdot c.$

Если $D > 0$, то корни квадратного уравнения находим по формуле:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Образцы решения тригонометрических уравнений второго порядка:

Образец№1

Решить уравнение:

$2\sin^2 x - 5\sin x + 2 = 0$

Решение. Введем новую переменную: z = sin x. Тогда уравнение примет вид: $2z^2 - 5z + 2 = 0$. Решая квадратное уравнение находим $z_1 = 2$ и $z_2 = \frac{1}{2}$.

Значит, либо sin x = 2, либо $\sin x = \frac{1}{2}$. Первое уравнение не имеет корней, а из второго находим

$x = (-1)^n \arcsin\frac{1}{2} + \pi n, \ \ n \epsilon z$

$x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \epsilon z$

Образец №2

Решить уравнение:

$\cos^2 x - \sin^2 x - \cos x = 0$

Решение:

Воспользуемся тем, что $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$

Тогда заданное уравнение можно записать в виде:

$\cos^2 x - (1 - \cos^2 x) - \cos x = 0$

После преобразования получим:

$2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$

Введем новую переменную z = cos x. Тогда данное уравнение примет вид:

$2z^2 - z - 1 = 0$. Решая его, находим $z_1 = 1$, $z_2 = -\frac{1}{2}$

Значит, либо cos x = 1, либо $\cos x = -\frac{1}{2}$

Решая первое уравнение cos x = 1, как частное, находим его решение
$x = 2\pi n, \quad n\epsilon z$.
Решая второе уравнение, находим решение:
$x = \pm\arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\pi n, n\epsilon z$
$x = \pm\left(\pi - \arccos\frac{1}{2}\right) + 2\pi n, \quad n\epsilon z$
$x = \pm(\pi - \frac{\pi}{3}) + 2\pi n, \quad n\epsilon z$
$x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, \quad n\epsilon z$

Образец №3

Решить уравнение:
$3\sin^2 x - 2\sqrt{3}\,\sin x\cos x + 5\cos x = 2$
Решение:
С числом 2, содержащимся во правой части, поступим следующим образом. Известно, что $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ - это тождество верно для любого значения x.
Тогда $2(\sin^2 x + \cos^2 x) = 2\sin^2 x + 2\cos^2 x = 2$.
Заменив в первом уравнении 2 на $2\sin^2 x + 2\cos^2 x$, получим:
$3\sin^2 x - 2\sqrt{3}\,\sin x\cdot\cos x + 5\cos^2 x = 2\sin^2 x + 2\cos^2 x$
$3\sin^2 x - 2\sqrt{3}\,\sin x\cdot\cos x + 5\cos^2 x - 2\sin^2 x - 2\cos^2 x = 0$
$\sin^2 x - 2\sqrt{3}\,\sin x\cos x + 3\cos^2 x = 0$
Обе части уравнения разделим на $\cos^2 x$ почленно
$\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \frac{2\sqrt{3}\,\sin x\cos x}{\cos^2 x} + \frac{3\cos^2 x}{\cos^2 x} = 0$
Так как $\frac{\sin x}{\cos x} = \mathrm{tg}x$, то полученное уравнение запишем в виде:
$\mathrm{tg}^2 x - 2\sqrt{3}\,\mathrm{tg}x + 3 = 0$
Введя новую переменную t=tg x, получим квадратное уравнение:
$t^2 - 2\sqrt{3}\,t + 3 = 0$, решая уравнение, получим: $t = \sqrt{3}$
Итак, $\mathrm{tg}\, x = \sqrt{3}$
$x = \mathrm{arctg}\sqrt{3} + \pi n$,
$x = \frac{\pi}{3} + \pi n, \ n\epsilon Z$.

Решить самостоятельно

Вариант 1	**Вариант 2**
1. Решить уравнения: 1.1. $2\cos x - \sqrt{2} = 0$ 1.2. $\mathrm{tg}2x + 1 = 0$ 1.3. $\sin\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{4}\right) = 1$ 2. 2. Определить число корней уравнения $3\mathrm{ctg}\, 2x - \sqrt{3} = 0$ принадлежащих отрезку $\left[\frac{\pi}{6}\,;\,\pi\right]$.	1. Решить уравнения: 1.1. $\sqrt{3}\,\mathrm{tg}x - 1 = 0$ 1.2. $2\sin\left(-\frac{x}{2}\right) = 1$ 1.3. $2\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2}$ 2. Найдите наименьший положительный корень уравнения $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Решить уравнения:	Решить уравнения:
1. $3\sin^2x - 5\sin x - 2 = 0$ 2. $3\cos^2 2x + 10\cos 2x + 3 = 0$ 3. $3\cos^2x + 10\cos x + 3 = 0$ 4. $2\sin^2x + 3\cos x = 0$ 5. $3tg^2x + 2tgx - 1 = 0$ 6. $2\sin^2x - 5\sin x\cos x + 2\cos^2x = 0$ 7. $2\cos^2x - \sin x\cos x + 5\sin^2x = 3$	1. $6\cos^2x + \cos x - 1 = 0$ 2. $2\sin^2 2x - 3\sin 2x + 1 = 0$ 3. $2\sin^2x - 3\sin x + 1 = 0$ 3. $5\cos^2x + 6\sin x - 6 = 0$ 4. $2tg^2x + 3tgx - 2 = 0$ 5. $3\cos^2x + 10\sin x\cos x + 3\sin^2x = 0$ 6. $2\sin^2x - 3\sin x\cos x + 4\cos^2x = 4$

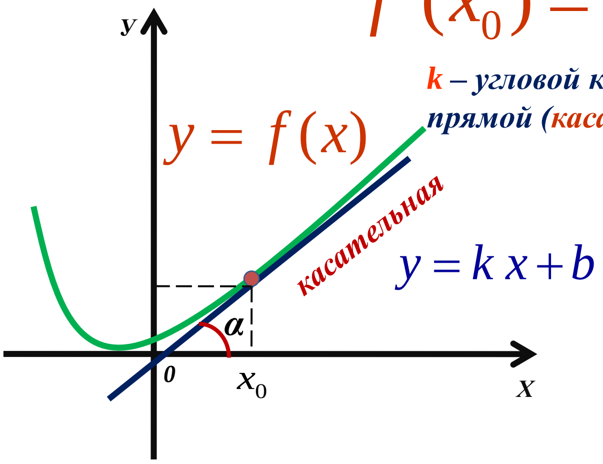
Самостоятельная работа №17 на тему: Геометрический смысл производной

Цель: Иметь понятие о геометрическом смысле производной. Уметь находить тангенс угла наклона касательной к оси ох.

Теоретический материал

$$f'(x_0) = tg\alpha = k$$

***k** – угловой коэффициент прямой (касательной)*



***Геометрический смысл производной:** если к графику функции y = f(x) в точке с абсциссой x_0 можно провести касательную, непараллельную оси y, то $f'(x_0)$ выражает угловой коэффициент касательной, т.е.* $f'(x_0) = k$

Поскольку $k = tg\alpha$ *, то верно равенство* $f'(x_0) = tg\alpha$

Решить самостоятельно:

Вариант 1

1. Найти угол между касательной к графику функции $y = f(x)$в точке с абсциссой x_0.
   1.1. $f(x) = 3x^2, \quad x_0 = 1.$
   1.2. $f(x) = \frac{1}{2}x^2, \quad x_0 = 2.$
   1.3. $f(x) = 4\sqrt{x}, \quad x_0 = 4.$
   1.4. $f(x) = 5cosx, \quad x_0 = \frac{\pi}{6}.$
   1.5. $f(x) = sin3x, \quad x_0 = \frac{\pi}{12}.$
2. Записать уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$в точке с абсциссой x_0.

2.1. $f(x) = x^5 - x^3 + 3x - 1, \quad x_0 = 0.$
2.2. $f(x) = x^3 - 2x, \quad x_0 = 2.$

Вариант 2

1. Найти угол между касательной к графику функции $y = f(x)$в точке с абсциссой x_0.
1.1. $f(x) = 2x^3, \quad x_0 = 1.$
1.2. $f(x) = \frac{1}{4}x^4, \quad x_0 = 2.$
1.3. $f(x) = 3\sqrt{x}, \quad x_0 = 9.$
1.4. $f(x) = 4sinx, \quad x_0 = \frac{\pi}{3}.$
1.5. $f(x) = cos5x, \quad x_0 = \frac{\pi}{20.}$

2. Записать уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$в точке с абсциссой x_0
   2.1. $f(x) = x^4 - x^3 + 5x - 2, \quad x_0 = 0.$
   2.2. $f(x) = x^3 + 3x, \quad x_0 = 2.$

Самостоятельная работа №18 на тему: Применение производной к исследованию функции

Цель: Знать условия возрастания, убывания функции, точек максимума и минимума функции. Знать схему исследования функции и применять её при построении графика.

Признак возрастания функции: Если $f^/(x) > 0$ в каждой точке некоторого промежутка, то на этом промежутке функция $f(x)$ возрастает.

Признак убывания функции: Если $f^/(x) < 0$ в каждой точке некоторого промежутка, то на этом промежутке функция $f(x)$убывает.

Признак максимума функции: Если функция $f(x)$ непрерывна в точке x_0, а $f^/(x) > 0$ на интервале $(a; x_0)$ и $f^/(x) < 0$ на интервале $(x_0\ ; a)$, то x_0 является точкой максимума.

Упрощённая формулировка: Если в точке x_0 производная меняет знак с плюса на минус, то x_0 есть точка максимума.

Признак минимума функции: Если функция $f(x)$ непрерывна в точке x_0, а $f^/(x) < 0$ на интервале $(a; x_0)$ и $f^/(x) > 0$ на интервале $(x_0\ ; a)$, то x_0 является точкой минимума

Упрощённая формулировка: Если в точке x_0 производная меняет знак с минуса на плюс, то x_0 есть точка максимума.

Схема исследования функции.

- Находим область определения;
- Вычисляем производную;
- Находим стационарные точки
- Определяем промежутки возрастания и убывания;
- Находим точки максимума и минимума;
- Вычисляем экстремум функции;
- Данные заносят в таблицу.
- На основании такого исследования строится график функции.

Решить самостоятельно:

Вариант 1

I. Найти стационарные точки и промежутки возрастания и убывания

1. $f(x) = 2x^2 - 1$
2. $f(x) = -x^2 + 2x$
3. $f(x) = x^3 + 2x^2$
4. $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$

II. Найти экстремум функции

1. $f(x) = 3x^2 - 2x$
2. $f(x) = cos2x$

III. Исследовать функцию и построить график

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$

Вариант 2

I. Найти стационарные точки и промежутки возрастания и убывания

1. $f(x) = -x^2 + 1$
2. $f(x) = x^2 - 4x$
3. $f(x) = x^3 + 3x^2$
4. $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 5$

II. Найти экстремум функции

1. $f(x) = 3x - 5x^2$
2. $f(x) = sin3x$

III. Исследовать функцию и построить график

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 1$

Вариант 3

I. Найти стационарные точки и промежутки возрастания и убывания

1. $f(x) = -2x^2 + 32$
2. $f(x) = x^2 - 4x$
3. $f(x) = -x^3 + 6x^2$
4. $f(x) = 2x^3 - 6x^2 - 18x + 4$

II. Найти экстремум функции

1. $f(x) = 6x - x^3$
2. $f(x) = x^2 \cdot \ell^x$

III. Исследовать функцию и построить график

$f(x) = -x^3 + 6x^2 + 2$

Тема: Интеграл и его приложения

Самостоятельная работа №19 на тему: Вычисление площадей плоских фигур

Цель: закрепить знания, умения и навыки нахождения площади криволинейной трапеции с помощью интеграла;

Теоретический материал

Определение: **Неопределенным интегралом** функции f(x) называется совокупность первообразных функций, которые определены соотношением:

F(x) + C. Записывают: $\int f(x)dx = F(x) + C$, где $F(x)$- есть некоторая первообразная функции $f(x)$ на этом промежутке, С – const. При этом знак $\int$ называется знаком интеграла, $f(x)$ - подынтегральной функцией, $f(x)dx$ - подынтегральным выражением, x - переменная интегрирования, С- постоянная интегрирования.
Операция нахождения неопределенного интеграла от данной функции называется интегрированием данной функции.

Интегрирование – операция, обратная операции дифференцирования. У всякой непрерывной на данном интервале функции существует неопределенный интеграл.

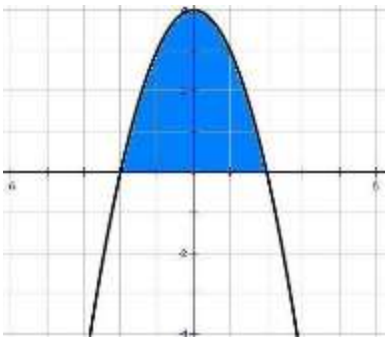
Таблица неопределенных интегралов

$\int dx = x + C$	$\int sinxdx = -cosx + C$	$\int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a} arctg \frac{x}{a} + C$
$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$	$\int cosxdx = sinx + C$	$\int tgxdx = -ln\|cosx\| + C$
$\int \frac{dx}{x} = ln\|x\| + C$	$\int \frac{dx}{sin^2 x} = -ctgx + C$	$\int ctgxdx = ln\|x\| + C$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{lna} + C$	$\int \frac{dx}{cos^2 x} = tgx + c$	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = arcsin \frac{x}{a} + C$
$\int \ell^x dx = \ell^x + C$	$\int \frac{dx}{1+x^2} = arctgx + C$	$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} ln \left\|\frac{x-a}{x+a}\right\| + C$

Свойства неопределенного интеграла:
$\int dF(x) = F(x) + C$;
$\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$;
$\int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$;
$\int f(ax + b)dx = \frac{1}{a} F(ax + b) + C$;

Определение: Фигура, ограниченная снизу отрезком [a, b] оси Ox ,сверху графиком непрерывной функции y= f(x), принимающей положительные значения , а с боков отрезками прямых x = a, x =b называется криволинейной трапецией.

$$\boldsymbol{S = \int_a^b f(x)dx = F(x)|_a^b = F(b) - F(a).}$$



Образец решения:

Вычислить площадь криволинейной трапеции, ограниченной линиями

y = 4 - x² и y=0

<u>Решение:</u>

1. у = 4 - x^2- квадратичная функция, график – парабола, ветви направлены вниз, вершина (0;4)
у = 0 - ось абсцисс.

2. Найдём точки пересечения параболы с осью Х: $\boldsymbol{x^2-4=0;}$

$\boldsymbol{x^2=4,\quad x=2,\quad x=-2.}$

3. Найдём площадь криволинейной трапеции по формуле:

$$S=\int_{-2}^{2}(4-x^2)dx=\left(4x-\frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_{-2}^{2}=\left(4\cdot 2-\frac{2^3}{3}\right)-\left(4\cdot(-2)-\frac{(-2)^3}{3}\right)=$$

$$=8-\frac{8}{3}+8-\frac{8}{3}=16-\frac{16}{3}=16-5\frac{1}{3}=10\frac{2}{3}(\text{ед.}^2)$$

Решить самостоятельно:

Вариант 1

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

1.1 $f(x)=16-x^2,\ \ f(x)=0.$
1.2. $f(x)=1+x^2,\quad y=\ 2.$
1.3. $f(x)=(x-1)^2,\ \ y=0,\quad x=3.$
1.4. $f(x)=5cosx,\quad f(x)=3cosx.$
1.5. $f(x)=x^2+2,\qquad f(x)=3x+2.$

Вариант 2

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

1.1. $f(x)=9-x^2,\ \ f(x)=0.$
1.2. $f(x)=3+x^2,\quad y=\ 4$
1.3. $f(x)=(x-2)^2,\ \ y=0,\quad x=3.$
1.4. $f(x)=5sinx,\quad f(x)=3sinx.$
1.5. $f(x)=x^2+3,\qquad f(x)=2x+3.$

Тема: Повторение. Подготовка к экзамену
Домашняя контрольная работа №20

Цель: Контроль знаний учащихся

Вариант 1

1. Отрезок AB имеет с плоскостью α единственную общую точку А. Точка С делит его в отношении 3:1, считая от точки А. Через точки С и В проведены параллельные прямые, пресекающие плоскость α соответственно в точках C_1 и B_1. Длина отрезка AC_1 равна 16 см. Найдите длину отрезка AB_1.
2. Ромб со стороной 12 мс и острым углом 60^0 вращается около стороны. Найдите объем тела вращения.
3. Решить уравнение: $2sin^2x-3cosx-3=0$

4. Решить систему уравнений: $\begin{cases} x - y = 5 \\ \log_5(4x + y) = 2 \end{cases}$
5. Найдите угловой коэффициент касательной. Проведенной к графику функции
6. $f(x) = 2x^3 - x + 3$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$.
7. Решить уравнение: $\log_{\frac{1}{2}}(2x - 1) - \log_{\frac{1}{2}}16 = 5$
8. Решите уравнение: $\cos(3\pi + x) - \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sqrt{2}$
9. Найдите все первообразные функции: $f(x) = x^5 - x^2 - sin3x$
10. Радиус основания цилиндра равен 4 см, площадь боковой поверхности вдвое больше площади основания. Найти объем цилиндра.
11. Найдите область определения: $y = lg\frac{4-5x}{x-3}$.

Вариант 2

1. Отрезок AB имеет с плоскостью α единственную общую точку А. Точка С делит его в отношении 3:2, считая от точки А. Через точки С и В проведены параллельные прямые, пресекающие плоскость α соответственно в точках C_1 и B_1. Длина отрезка AC_1 равна 15 см. Найдите длину отрезка AB_1.
2. Ромб со стороной 18 мс и острым углом 60^0 вращается около стороны. Найдите объем тела вращения.
3. Решить уравнение: $2sin^2x + cos^2x - 3sinx - 5 = 0$
4. Решить систему уравнений: $\begin{cases} x - y = 4 \\ \log_4(3x + y) = 2 \end{cases}$
5. Найдите угловой коэффициент касательной. Проведенной к графику функции
6. $f(x) = 4x^2 + 7x + 1$ в точке с абсциссой $x_0 = -2$.
7. Решить уравнение: $\log_{\frac{1}{2}}(3x + 2) - \log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{64} = 2$
8. Решите уравнение: $\sin(\pi + x) + \cos(\frac{3\pi}{2} - x) = \sqrt{2}$
9. Найдите все первообразные функции: $f(x) = x^7 - x^9 - cos5x$
10. Радиус основания цилиндра равен 3 см, площадь боковой поверхности втрое больше площади основания. Найти объем цилиндра.
11. Найдите область определения: $y = lg\frac{3-2x}{x+1}$.

Вариант 3

1. Отрезок AB имеет с плоскостью α единственную общую точку А. Точка С делит его в отношении 2:3, считая от точки А. Через точки С и В проведены параллельные прямые, пресекающие плоскость α соответственно в точках C_1 и B_1. Длина отрезка AC_1 равна 20 см. Найдите длину отрезка AB_1.
2. Ромб со стороной 24 мс и острым углом 60^0 вращается около стороны. Найдите объем тела вращения.
3. Решить уравнение: $sin^2x + 2cos^2x - 5cosx - 7 = 0$
4. Решить систему уравнений: $\begin{cases} x + y = 17 \\ \log_3(3x + y) = 3 \end{cases}$
5. Найдите угловой коэффициент касательной. Проведенной к графику функции
6. $f(x) = 4x^3 - 3x + 1$ в точке с абсциссой $x_0 = -2$.
7. Решить уравнение: $\log_2(5 - 2x) + \log_2 8 = 4$
8. Решите уравнение: $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) - \cos(2\pi - x) = 1$
9. Найдите все первообразные функции: $f(x) = x^3 - x^9 - cos4x$

10. Радиус основания цилиндра равен 6 см, площадь боковой поверхности в четыре раза больше площади основания. Найти объем цилиндра.
11. Найдите область определения: $y = lg\frac{7+2x}{x-5}$.

Литература:

1. Алгебра и начала анализа: учеб. Для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / [Ш. А. Алимов, Ю.М. Колягин, Ю.В. Сидоров и др.].-15-е изд. – М.: Просвещение, 2007.
2. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2ч. Ч.1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень) /А.Г. Мордкович. – 10-е изд. Стер. – М.: Мнемозина, 2009.
3. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2ч. Ч.2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень) / [А.Г. Мордкович и др.]; под ред. А.Г. Мордковича. – 10-е изд. Стер. – М.: Мнемозина, 2009.
4. Севрюков П.Ф. Тригонометрические, показательные и логарифмические уравнения и неравенства; учебное пособие /П.Ф. Севрюков, А.Н. Смоляков. – М.: Илекса; Народное образование; Ставрополь; Сервисмаш, 2008.
5. Черкасов О.Ю., Якушев А.Г. Математика: интенсивный курс подготовки к экзамену. - М.: Рольф, 1997.
6. Шабунин М.И. Математика для поступающих в вузы. Уравнения и системы уравнений. - М.: Аквариум, 1997.

Шабунин М.И. Математика для поступающих в вузы. Неравенства и системы неравенств.- М.: Аквариум, 1997.

Интернет - ресурсы

1. http://catalog.alledu.ru/predmet/math/
2. Учебно-информационные комплексы по математике для средних школ: http://mschool.kubsu.ru/uik/index.htm
3. Сайт-справочник правил, формул и теорем по математике: http://matemathik.narod.ru/
4. Мир Геометрии: http://geometr.info/
5. Страна Математика: http://www.bymath.net/
6. Научно-популярный физико-математический журнал "Квант" (статьи по математике): http://kvant.mirror1.mccme.ru/rub/1.htm
7. Графики функций" Небольшой сайт в помощь школьнику, изучающему графики функций: определения, примеры, задачник: http://graphfunk.narod.ru/
8. Виртуальная школа юного математика http://math.ournet.md/indexr.html